

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета



Л. Р. Фионова

(Фамилия, инициалы)

2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.2.03      Дополнительные главы алгебры**

Направление подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика»

Профиль подготовки «Математическое моделирование в экономике и технике»

Квалификация (степень) выпускника – *бакалавр*

Форма обучения очная

Пенза, 2015

## 1 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дополнительные главы алгебры» являются

- обучение студентов построению и применению численных методов решения задач линейной алгебры, анализу этих методов;
- усвоение основ дисциплины;
- выработка навыков, позволяющих осознанно переводить прикладные задачи в численные матричные задачи, допускающие решение на ЭВМ.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дополнительные главы алгебры» в учебном плане находится в вариативной части дисциплин Б1.2 и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для бакалавра по направлению подготовки 01.03.04 «*Прикладная математика*».

Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами курсов: Математический анализ; Линейная алгебра и аналитическая геометрия; Комбинаторика; и практик: Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности.

Дисциплина служит основой для дальнейшего изучения таких дисциплин как: Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов; Уравнения математической физики; Методы оптимизации; Физика; Теория управления; Математическое моделирование; Дискретная математика; Теория функций и элементы функционального анализа; Нелинейные уравнения математической физики; Архитектура ЭВМ; Теория массового обслуживания; Граничные интегральные уравнения; Вычислительная математика; Теория возмущений; Асимптотический анализ; Вариационное исчисление; Метод конечных элементов; Теория приближения; Теория колебаний; Прикладной функциональный анализ; Математические модели экономики; Элементы финансовой математики; Параллельные вычисления и параллельное программирование; Квадратурные и кубатурные формулы; и практик: Научно-

исследовательская работа; Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности; Преддипломная практика.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Дополнительные главы алгебры»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-1	готовность к самостоятельной работе	<b>Знать:</b> математический аппарат современной теории численных методов линейной алгебры
		<b>Уметь:</b> решать стандартные матричные задачи вычислительной математики
		<b>Владеть:</b> основными численными методами решения систем линейных алгебраических уравнений.
ПК-10	готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ моделирования, принять решение на основе полученных результатов	<b>Знать:</b> основные положения и методы численного анализа задач линейной алгебры, приложения в вычислительной математике, экологии, экономике и статистике
		<b>Уметь:</b> реализовывать численные методы линейной алгебры.
		<b>Владеть:</b> основными численными методами решения систем линейных алгебраических уравнений; основными методами решения полной и частичной проблемы собственных значений.
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	<b>Знать:</b> математический аппарат современной теории численных методов линейной алгебры; основные положения и методы численного анализа задач линейной алгебры, приложения в вычислительной математике, экологии, экономике и статистике.
		<b>Уметь:</b> реализовывать численные методы линейной алгебры; решать стандартные матричные задачи вычислительной математики.
		<b>Владеть:</b> основными методами решения полной и частичной проблемы собственных значений.

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Дополнительные главы алгебры»

##### 4.1. Структура дисциплины «Дополнительные главы алгебры»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)							
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа					Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контрол.н. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект)	Контроль выполнения домашнего задания
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.	Курсовая работа (проект)	Подготовка к зачету								
1.	Раздел 1. Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	3	1-3	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		<b>12</b>	<b>9</b>	<b>2</b>		<b>1</b>				5	15			2-4
1.1.	Тема 1.1. Обусловленность матриц. Методы Гаусса и Гаусса – Жордана.	3	1-2	4	2	2		8	6							5				2
1.2.	Тема 1.2. Обращение матриц. Метод квадратных корней.	3	3	2	1	1		4	3							5				4
2.	Раздел 2. Итерационные методы решения СЛАУ	3	4-7	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>16</b>	<b>12</b>	<b>3</b>		<b>1</b>				5	15			5-7
2.1.	Тема 2.1. Метод последовательных приближений. Метод простой итерации.	3	4-5	4	2	2		8	6							5				5
2.2.	Тема 2.2. Метод Зейделя. Методы релаксации.	3	6-7	4	2	2		8	6							10				7

3.	Раздел 3. Градиентные методы решения СЛАУ	3	8-10	6	3	3		12	9	2		1				10	15			9-10
3.1.	Тема 3.1. Градиент функционала. Метод наискорейшего спуска.	3	8-9	4	2	2		8	6							10				9
3.2.	Тема 3.2. Метод наименьших невязок.	3	10	2	1	1		4	3							10				10
4.	Раздел 4. Методы решения полной проблемы собственных значений.	3	11-14	8	4	4		16	12	3		1					15			12-14
4.1	Тема 4.1. Метод Крылова.	3	11-12	4	2	2		8	6											12
4.2	Тема 4.2. Метод Ливере и его модификация Фаддеевым. Эскалаторный метод.	3	13-14	4	2	2		8	6											14
5.	Раздел 5. Методы решения частичной проблемы собственных значений.	3	15-18	6	3	3		16	12	3		1					15			16-18
5.1.	Тема 5.1. Метод последовательных приближений.	3	15-16	4	2	2		8	6							17				16
5.2.	Тема 5.2. Метод скалярных произведений.	3	17-18	4	2	2		8	6											18
	<i>Курсовая работа (проект)</i>																			
	<i>Подготовка к зачету</i>											5								
	Общая трудоемкость, в часах			34	17	17		72	54	13		5	Промежуточная аттестация							
													Форма				Семестр			
													Зачет				3			
													Экзамен				-			

## 4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	Нормы векторов и матриц. Чувствительность вычислительных алгоритмов к ошибкам округления. Обусловленность матриц. Основные виды методов решения СЛАУ. Преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса – схема с прямым и обратным ходом. Компактные схемы. Метод Гаусса-Жордана с выбором ведущего элемента. Анализ системы на совместность. Вычисление определителей. Обращение матриц. Алгоритм уточнения обратной матрицы. Метод разложения матрицы на множители. Метод квадратных корней.
2.	Итерационные методы решения СЛАУ	Принципы построения итерационных процессов. Вектор и функция ошибки. Вектор невязки. Метод последовательных приближений. Метод простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода последовательных приближений. Достаточные условия. Подготовка системы к виду, удобному для итераций. Метод Зейделя. Методы полной релаксации. Релаксация по длине вектора невязки.
3.	Градиентные методы решения СЛАУ	Градиент функционала. Метод наискорейшего спуска. Градиентный метод с наименьшими невязками.
4.	Методы решения полной проблемы собственных значений.	Полная проблема собственных значений. Характеристический и минимальный многочлены. Соотношение Кели-Гамильтона. Устойчивость проблемы собственных значений. Метод А.Н. Крылова. Нахождение собственных векторов по методу А.Н. Крылова. Метод Лавреньева и его модификация Фаддеевым.
5.	Методы решения частичной проблемы собственных значений	Частичная проблема собственных значений. Определение наибольшего по модулю собственного значения и принадлежащего ему собственного вектора с помощью последовательных итераций: наибольшее собственное значение – вещественное. Определение наибольшего по модулю собственного значения и принадлежащего ему собственного вектора с помощью последовательных итераций: два наибольших по модулю собственных значения вещественны

		и противоположны по знаку. Метод скалярных произведений для определения наибольшего по модулю собственного значения.
--	--	--

## 5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Дополнительные главы алгебры» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;

- практических занятий с использованием методов «многократного повторения» (темы 1.1, 2.1, 3.1); по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.

- организации самостоятельной работы на основе личностно-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.

- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

### Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

#### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	Тема 1.1. Обусловленность матриц. Методы Гаусса и Гаусса – Жордана.	Подготовка к аудиторным занятиям,	Типовое задание №1	П.7 а) 1 стр. 6-17; - 4 стр. 138-	6

		изучение литературы, решение задач	(задачи №1-6)	165	
<b>3</b>	Тема 1.2. Обращение матриц. Метод квадратных корней	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №1 (задачи №7-8)	П.7 а) 1 стр. 17-21; 4 стр. 165-184	3
<b>4-5</b>	Тема 2.1. Метод последовательных приближений. Метод простой итерации.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №2 (задачи №1-3)	П.7 а) 1 стр. 22-28; 4 стр. 204-220	6
<b>6-7</b>	Тема 2.2. Метод Зейделя. Методы релаксации.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №2 (задачи №4-5)	П.7 а) 1 стр. 29-40; 4 стр. 220-237	6
<b>8-9</b>	Тема 3.1. Градиент функционала. Метод наискорейшего спуска.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №3 (задача №1)	П.7 а) 1 стр. 41-43; 4 стр. 134-137, 456-465	6
<b>10</b>	Тема 3.2. Метод наименьших невязок.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №3 (задача №2)	П.7 а) 1 стр.44-51; 4 стр. 465-480	3
<b>11-12</b>	Тема 4.1. Метод Крылова.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №4 (задача №1)	П.7 а) 1 стр.52-64; 4 стр. 259-273	6
<b>13-14</b>	Тема 4.2. Метод Леверье и его модификация Фаддеевым. Эскалаторный метод.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №4 (задача №2)	П.7 а) 1 стр.65-71; 4 стр. 295-308	6
<b>15-16</b>	Тема 5.1. Метод последовательных приближений.	Подготовка к аудиторным занятиям,	Типовое задание №5	П.7 а) 1 стр.72-79; 4 стр. 329-	6



		изучение литературы, решение задач	(задачи 1-2)	358	
17-18	Тема 5.2. Метод скалярных произведений.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, решение задач	Типовое задание №5 (задача 3)	П.7 а) 1 стр. 80-86; 4 стр. 358-370	6
1-18	Все темы	Подготовка к зачету	Изучение теоретического материала и решение задач	П.7	5
1-18	Все темы	Написание рефератов и подготовка докладов	Темы рефератов	П.7	15

### Образец типового задания №1

Задача №1. Исследовать на устойчивость матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0.999 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Для этого найти обратную матрицу к данной, а затем внести погрешность в третьем

знаке в один из элементов матрицы, например,  $A_\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0.995 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  и выяснить, как при этом изменится обратная матрица.

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Задача №2 Исследовать на устойчивость матрицу

Задача №3. Определить числа обусловленности для матрицы В задачи 2.

Задача №4. Следующую систему решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

Задача №5 Решить систему методом Гаусса-Жордана.

$$\begin{cases} 2x - y + z = -2, \\ x + 2y + 3z = -1, \\ x - 3y - 2z = 3. \end{cases}$$

**Задача №6.** Вычислить определитель методом Гаусса

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -3 \\ 6 & -2 & 9 & 8 \end{vmatrix}.$$

**Задача №7** Найти обратные для матриц, пользуясь компактной схемой

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Задача №8.** Следующую систему решить методом квадратных корней.

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

**Образец типового задания №2**

**Задача 1.** С помощью элементарных преобразований со строками привести систему к виду, удобному для итераций. Привести систему к виду  $X=BX+G$ . Выполнить несколько итераций. Вычислить невязку для полученного приближенного решения.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 2 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 1 \\ 10x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

**Задача 2.** Привести систему к виду, удобному для итераций. Решить систему методом последовательных приближений с точностью до  $10^{-2}$ . (Погрешность оценивать либо по вектору невязки, либо по модулю разности между двумя соседними итерациями.)

$$\begin{cases} 0.78x_1 - 0.02x_2 - 0.12x_3 - 0.14x_4 = 0.76 \\ -0.02x_1 + 0.86x_2 - 0.04x_3 + 0.06x_4 = 0.08 \\ -0.12x_1 - 0.04x_2 + 0.72x_3 - 0.08x_4 = 1.12 \\ -0.14x_1 + 0.06x_2 - 0.08x_3 + 0.74x_4 = 0.68. \end{cases}$$

**Задача 3.** Привести систему к виду, удобному для итераций. Решить систему методом простой итерации с точностью до  $10^{-2}$ . (Погрешность оценивать либо по вектору невязки, либо по модулю разности между двумя соседними итерациями.)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

**Задача 4.** Привести систему к виду, удобному для итераций. Решить систему методом Зейделя с точностью до  $10^{-2}$ . (Погрешность оценивать либо по вектору невязки, либо по модулю разности между двумя соседними итерациями.). Сравнить количество итераций, сделанных при решении методом простой итерации и методом Зейделя.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 &= 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= -3. \end{aligned}$$

**Задача 5.** Решить систему методом полной релаксации с точностью до  $10^{-2}$ . (Погрешность оценивать либо по вектору невязки, либо по модулю разности между двумя соседними итерациями.).

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 &= 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= -3. \end{aligned}$$

### Образец типового задания №3

**Задача 1.** Решить систему методом наискорейшего спуска точностью до  $10^{-2}$ . (Погрешность оценивать по вектору невязки).

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 &= 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= -3. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 2 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 1 \\ 10x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

**Задача 2.** Решить ту же самую систему методом наименьших невязок с точностью до  $10^{-2}$ . (Погрешность оценивать по вектору невязки). Результаты сравнить.

### Образец типового задания №4

**Задача №1** Методом Крылова построить характеристический многочлен и найти собственные векторы матриц. (Корни характеристического уравнения находить методом

половинного деления).  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$

**Задача №2** Методом Леверье построить характеристический многочлен и найти и собственные векторы матриц. (Корни характеристического уравнения находить методом

половинного деления).  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$

### Образец типового задания №5

**Задача №1** Определить наибольшее по модулю собственное значение и собственный вектор. (Наибольшее собственное значение – простое и вещественное)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

**Задача №2** Определить наибольшее по модулю собственное значение и собственный вектор. (Наибольшее собственное значение – простое, вещественные и противоположные по знаку)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

**Задача №3** Определить наибольшее по модулю собственное значение и собственный вектор методом скалярных произведений.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.
- **Подготовка рефератов и докладов** осуществляется с использованием дополнительной литературы.
- **Подготовка к зачету** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

## 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

### *Контроль освоения компетенций*

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Проведение контрольной работы, проверка д.з.	Разделы 1,2,3,4,5.	ОПК-1, ПК-10, ПК-12
2	Проверка реферата и заслушивание доклада	Разделы 1,2,3,4,5.	ОПК-1, ПК-10, ПК-12
3	Контроль выполнения	Разделы 1,2,3,4,5.	ОПК-1, ПК-10,

**Демонстрационный вариант контрольной работы №1**

1. Систему уравнений решить:

- методом Гаусса, применяя компактную схему;
- методом Гаусса-Жордана;
- методом квадратных корней.

$$\begin{cases} 3x - 5y + z = -1 \\ -x - y + 7z = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

2. Построить обратную матрицу системы с помощью компактной схемы и выразить через нее решение.

**Демонстрационный вариант контрольной работы №2**

1) Привести систему к виду, удобному для проведения метода последовательных приближений. Сделать 3 итерации, подсчитать вектор невязки.

2) Применить к СЛАУ метод Зейделя. Сделать 3 итерации, подсчитать вектор невязки.

3) Применить к СЛАУ метод полной релаксации. Сделать 3 итерации, подсчитать вектор невязки.

$$\begin{cases} 3x - 5y + z = -1 \\ -x - y + 7z = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

**Демонстрационный вариант контрольной работы №3**

Построить характеристический многочлен матрицы

- методом Крылова;
- методом Фаддеева

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Темы рефератов**

1. Метод ортогонализации решения СЛАУ.
2. Метод Некрасова подготовки СЛАУ к проведению итераций.
3. Методы верхней и нижней релаксации решения СЛАУ.
4. Метод ортогональных векторов решения СЛАУ.
5. Метод сопряженных градиентов решения СЛАУ.
6. Метод Хессенберга решения полной проблемы собственных значений.

7. Метод Самуэльсона решения полной проблемы собственных значений.
8. Эскалаторный метод решения полной проблемы собственных значений.
9. Метод координатной релаксации решения частичной проблемы собственных значений.
10. Метод  $\lambda$ -разности.

### ***Вопросы и задания к зачету***

#### ***Вопросы***

1. Нормы векторов и матриц. Чувствительность вычислительных алгоритмов к ошибкам округления. Обусловленность матриц.
2. Основные виды методов решения СЛАУ.
3. Преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса – схема с прямым и обратным ходом.
4. Компактные схемы.
5. Метод Гаусса-Жордана с выбором ведущего элемента. Анализ системы на совместность. Вычисление определителей.
6. Обращение матриц. Алгоритм уточнения обратной матрицы.
7. Метод разложения матрицы на множители. Метод квадратных корней.
8. Принципы построения итерационных процессов. Вектор и функция ошибки. Вектор невязки.
9. Метод последовательных приближений. Метод простой итерации.
10. Необходимые и достаточные условия сходимости метода последовательных приближений. Достаточные условия.
11. Подготовка системы к виду, удобному для итераций.
12. Метод Зейделя.
13. Методы полной релаксации.
14. Релаксация по длине вектора невязки.
15. Градиент функционала.
16. Метод наискорейшего спуска.
17. Градиентный метод с наименьшими невязками.

18. Полная проблема собственных значений. Характеристический и минимальный многочлены. Соотношение Кели-Гамильтона.
19. Устойчивость проблемы собственных значений.
20. Метод А.Н. Крылова.
21. Нахождение собственных векторов по методу А.Н. Крылова.
22. Метод Лерверье и его модификация Фаддеевым
23. Частичная проблема собственных значений. Определение наибольшего по модулю собственного значения и принадлежащего ему собственного вектора с помощью последовательных итераций: наибольшее собственное значение – вещественное.
24. Определение наибольшего по модулю собственного значения и принадлежащего ему собственного вектора с помощью последовательных итераций: два наибольших по модулю собственных значения вещественны и противоположны по знаку.
25. Метод скалярных произведений для определения наибольшего по модулю собственного значения.

### *Задания*

**Задача №1** Следующую систему решить методом квадратных корней

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

**Задача 2.** Привести систему к виду, удобному для итераций. Решить систему методом последовательных приближений. (Сделать две итерации)

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

**Задача №3** Методом Крылова построить характеристический

многочлен матрицы.  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

**Задача №4** Методом Лаврье построить характеристический

многочлен матрицы.  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**Задача №5** Привести систему к виду, удобному для итераций. Решить систему методом Зейделя. (Сделать две итерации)

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

**Задача №6** Решить систему методом наискорейшего спуска. (Сделать 3 итерации).

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

**Задача №9** Решить систему методом наименьших невязок. (Сделать 3 итерации).

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

**Задача №10** Итерационным методом определить наибольшее по модулю собственное значение и собственный вектор линейного оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Задача №11** Методом скалярных произведений определить наибольшее по модулю собственное значение и собственный вектор

линейного оператора, заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Дополнительные главы алгебры»

### а) Основная литература

1. Н.Ю. Кудряшова, Н.В. Печникова Дополнительные главы алгебры. Учебное пособие, Пенза, изд-во ПГУ, 2012 14 экз.  
[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=14782](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=14782)
2. Воеводин, В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов [Текст] : учебник / В. В. Воеводин. - 2-е изд., стереотип. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 2010. - 168 с. 29 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=11367](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=11367)
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – Изд.: Лань, 2009 – 11 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=11367](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=11367)
4. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 735 с. — Режим доступа: ЭБС Лань. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=400](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=400)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Занятия по дисциплине «Дополнительные главы алгебры» проводятся в лекционных аудиториях университета.

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы алгебры» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика».

Программу составили:

Кудряшова Н. Ю., доцент кафедры «ВиПМ»

  
(Ф.И.О., должность, подпись)

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 7.1

от « 29 » 05 2015 года

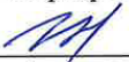
Зав. кафедрой «ВиПМ»

  
И. В. Бойков  
(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой

«Высшая и прикладная математика»

(название кафедры)

  
И. В. Бойков  
(подпись, Ф.И.О., дата)

Программа одобрена методической комиссией факультета вычислительной техники

Протокол № 6

от «15» июня 2015 года

Председатель методической комиссии  
факультета вычислительной техники

  
(подпись) Н. Н. Коннов  
(Ф.И.О.)

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, /подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2016 - 2017	п.1 от 19.09.16 Куз	Список литературы			
2017 - 2018	п.1 от 04.09.17 Куз	Список литературы			
2018 - 2019	п.1 от 03.09.18 Куз	Список литературы			