

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ФВТ



Фионова Л.Р.

2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

М1.2.4 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И МЕТОДИКА ИХ ПРЕПОДАВАНИЯ

Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Магистерская программа «Математическое моделирование в экономике и

Квалификация (степень) выпускника – *магистр*

Форма обучения очная

Пенза, 2016

1 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Численные методы и методика их преподавания» являются

- научить студентов построению численных моделей процессов и явлений, изучаемых естественными науками, физико-техническими и инженерно-физическими дисциплинами, экологией и экономикой, анализу этих моделей;
- заложить понимание формальных основ дисциплины и выработать у студентов навыки осознанного перевода неформальных прикладных задач в численные задачи, допускающие решение на ЭВМ

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина «Численные методы и методика их преподавания» в учебном плане находится в вариативной части блока дисциплин М1.2, и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для магистра по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика».

Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами следующих дисциплин: Математические модели физики; Фракталы и Практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности.

Дисциплина служит основой для изучения дисциплин: Облачные вычисления; Интегральные уравнения; Математическая статистика; прохождения практик: Педагогическая практика; Преддипломная практика.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Численные методы и методика их преподавания»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ПК-3	способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности.	<p>Знать: математический аппарат современной теории численных методов</p> <p>Уметь: доказывать основные теоремы теории численных методов, решать стандартные задачи вычислительной математики</p> <p>Владеть: навыками решения проблемных задач методами вычислительной математики.</p>
ПСК-1	способностью строить математические модели анализа и прогноза экономических, технологических и экологических процессов, в том числе природных и техногенных катаклизмов, разрабатывать для них численные методы и комплексы программ, проводить имитационное моделирование и вырабатывать рекомендации.	<p>Знать: особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ; основные модели и методы численных методов; методы исследования основных инженерных и научных задач проектирования и разработки объектов профессиональной деятельности; численные методы решения типовых математических задач</p> <p>Уметь: выполнять необходимые численные расчеты; оценивать точность полученных результатов; представлять полученные результаты в виде блок – схем, таблиц и графиков.</p> <p>Владеть: навыками решения проблемных задач методами вычислительной математики; представлением об основных положениях и методах численного анализа, о приложениях в вычислительной математике, экологии, экономике и статистике.</p>
ПК-9	способностью к преподаванию математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования	<p>Знать: цели и задачи методической работы</p> <p>Уметь: подбирать учебно-методическую литературу по заданной теме, создавать комплексы задач и заданий по предмету</p> <p>Владеть: навыками разработки методик изучения различных разделов численных методов</p>
ПК-10	способностью разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного и мобильного обучения	<p>Знать: численные методы решения основных типов математических задач</p> <p>Уметь: разрабатывать учебно-методические комплексы по дисциплине, составлять тестовые задания</p> <p>Владеть: навыками разработки заданий для лабораторных работ по дисциплине</p>

4. Структура и содержание дисциплины «Численные методы и методика их преподавания»

4.1. Структура дисциплины «Численные методы и методика их преподавания»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)							
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа					Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контрол. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект)	Контроль выполнения домашнего задания
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.	Курсовая работа (проект)	Подготовка к экзамену								
1.	Раздел 1. Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	3	1	5	2	1	2	10	6	1		3	2					16		2
1.1.	Тема 1.1. Причины возникновения погрешности. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений.	3	1	5	2	1	2	10	6	1		3								2
2.	Раздел 2. Приближенное вычисление определенных интегралов. Численное дифференцирование.	3	2-3	10	4	2	4	18	12	2		4	4					16		3-4
2.1.	Тема 2.1. Численное дифференцирование. Квадратурные	3	2	5	2	1	2	9	7	1		2								3

	формулы Ньютона-Котеса.																		
2.2.	Тема 2.2. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Квадратурные формулы Гаусса и Чебышева.	3	3	5	2	1	2	9	7	1		2							4
3.	Раздел 3. Конечно-разностные методы решения задачи Коши для обыкновенных ДУ.	3	4-6	15	6	3	6	28	18	3		7	6			6		16	5-6
3.1.	Тема 3.1. Основные понятия теории разностных схем. Разложение решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.	3	4	5	2	1	2	9	6	1		2							5
3.2.	Тема 3.2. Оценки погрешности одношаговых методов. Метод Адамса. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов. Метод конечных разностей. Метод прогонки.	3	5	5	2	1	2	9	6	1		2							6
3.3	Тема 3.3. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков.	3	6	5	2	1	2	10	6	1		3							7
4.	Раздел 4. Проекционно-сеточные методы решения ДУ.	3	7-9	15	6	3	6	28	18	3		7	8					16	8-10
4.1	Тема 4.1. Основная схема алгоритмов проекционных методов. Метод Рунге.	3	7	5	2	1	2	9	6	1		2							8
4.2	Тема 4.2. Естественные и главные краевые условия. Метод Бубнова-Галеркина.	3	8	5	2	1	2	9	6	1		2							9
4.3	Тема 4.3. Метод наименьших квадратов. Проблема выбора базисных функций.	3	9	5	2	1	2	10	6	1		3							10

5.	Раздел 5. Численные методы решения интегральных уравнений.	3	10-12	15	6	3	6	28	18	3		7	9					16		11-13
5.1	Тема 5.1. Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур, методом вырожденных ядер, методом коллокации.	3	10	5	2	1	2	9	6	1		2								11
5.2	Тема 5.2. Решение уравнений Фредгольма методом моментов, методом наименьших квадратов, методом последовательных приближений.	3	11	5	2	1	2	9	6	1		2								12
5.3	Тема 5.3. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра. Численные методы решения сингулярных интегральных уравнений.	3	12	5	2	1	2	10	6	1		3								13
6.	Раздел 6. Численные методы решения уравнений математической физики.	3	13-18	24	12	6	6	32	21	3		8	14					16		14-18
6.1	Тема 6.1. Разностные методы решения уравнений теплопроводности.	3	13-14	8	4	2	2	11	7	1		3								14
6.2	Тема 6.2. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.	3	15-16	8	4	2	2	11	7	1		3								16
6.3	Тема 6.3. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.	3	17-18	8	4	2	2	10	7	1		2								18
	<i>Подготовка к экзамену</i>											36								
	Общая трудоемкость, в часах			60	24	12	24	144	93	15		36	Промежуточная аттестация							
												Форма				Семестр				
												Зачет				-				
												Экзамен				3				

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	Предмет вычислительной математики. Вычислительный эксперимент. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона. Метод последовательных приближений.
2.	Приближенное вычисление определенных интегралов. Численное дифференцирование.	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Формулы Гаусса и Чебышева. Формулы приближенного дифференцирования.
3.	Конечно-разностные методы решения задачи Коши для обыкновенных ДУ.	Основные понятия теории разностных схем. Оценка порядка аппроксимации разностных схем. Разложение решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Оценки погрешности одношаговых методов. Метод Адамса. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений. Численные методы решения задач Коши для уравнений высших порядков. Метод конечных разностей. Метод прогонки.
4.	Проекционно-сеточные методы решения ДУ.	Основная схема алгоритмов проекционных методов. Метод Рунге. Классические и обобщенные решения. Естественные и главные краевые условия. Метод Бубнова-Галеркина. Метод наименьших квадратов. Проблема выбора базисных функций.
5.	Численные методы решения интегральных уравнений.	Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур, методом вырожденных ядер, методом коллокации, методом моментов, методом наименьших квадратов, методом последовательных приближений. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра. Численные методы решения сингулярных интегральных уравнений.
6.	Численные методы решения уравнений математической физики.	Сетки и сеточные функции. Разностная аппроксимация дифференциальных операторов. Метод разностной прогонки. Сходимость и аппроксимация разностных схем. Устойчивость разностной схемы.

		<p>Разностные методы решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Устойчивость двухслойной разностной схемы для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод неопределенных коэффициентов. Конструирование граничных условий при построении разностных схем для уравнения теплопроводности. Решение смешанных граничных задач для уравнения теплопроводности. Разностные аппроксимации для уравнений параболического типа. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа. Аппроксимация граничных условий для уравнений эллиптического типа. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа. Задача Коши. Разностные схемы для решения смешанной граничной задачи для волнового уравнения. Правило Рунге. Устойчивость по начальным данным. Однопараметрическое семейство схем с весами. Разностные схемы расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод переменных направлений.</p>
--	--	---

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Численные методы и методика их преподавания» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения» (темы 2.1, 3.1); по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- лабораторных работ и их защиты в виде собеседования;
- организации самостоятельной работы на основе лично-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Тема 1.1. Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №1	Подробное изучение темы 1.1.	П.7.) 1, 4, 3	7
2	Тема 2.1. Численное дифференцирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса..	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №2	Подробное изучение темы 2.1.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
3	Тема 2.2. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Квадратурные формулы Гаусса и Чебышева.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №3	Подробное изучение темы 2.2.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
4	Тема 3.1. Основные понятия теории разностных схем. Разложение	Подготовка к аудиторным	Подробное изучение	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	7

	решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.	занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №4, выполнение лабораторной работы №1 (типовое задание к лабораторной работе №1)	темы 3.1.		
5	Тема 3.2. Оценки погрешности одношаговых методов. Метод Адамса. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов. Метод конечных разностей. Метод прогонки.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №5	Подробное изучение темы 3.2.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
6	Тема 3.3. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №6	Подробное изучение темы 3.3.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
7	Тема 4.1. Основная схема алгоритмов проекционных методов. Метод Рунге.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №7	Подробное изучение темы 4.1.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
8	Тема 4.2. Естественные и главные краевые условия. Метод Бубнова-Галеркина.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление	Подробное изучение темы 4.2.	П.7. 1,2, 3, 4, 5, 6	7

		тестов, выполнение задания №8, выполнение лабораторной работы №2 (типичное задание к лабораторной работе №2)			
9	Тема 4.3. Метод наименьших квадратов. Проблема выбора базисных функций.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №9	Подробное изучение темы 4.3.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
10	Тема 5.1. Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур, методом вырожденных ядер, методом коллокации.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №10, выполнение лабораторной работы №3 (типичное задание к лабораторной работе №3)	Подробное изучение темы 5.1.	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	7
11	Тема 5.2. Решение уравнений Фредгольма методом моментов, методом наименьших квадратов, методом последовательных приближений.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №11	Подробное изучение темы 5.2.	П.7. 1, 3, 4, 6	7
12	Тема 5.3. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра. Численные методы	Подготовка к аудиторным занятиям,	Подробное изучение темы 5.3.	П.7. 1, 3, 4, 6	7

	решения сингулярных интегральных уравнений.	изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №12			
13-14	Тема 6.1. Разностные методы решения уравнений теплопроводности	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №13, выполнение лабораторной работы №4 (типичное задание к лабораторной работе №4)	Подробное изучение темы 6.1.	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	8
15-16	Тема 6.2. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №14	Подробное изучение темы 6.2	П.7. 1, 3, 4, 6	8
17-18	Тема 6.3. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение дополнительной литературы, составление тестов, выполнение задания №15	Подробное изучение темы 6.3	П.7. 1, 3, 4, 6	8
1-18	Все темы	Подготовка к экзамену	Изучение теоретического материала и решение	П.7	36

			задач		
--	--	--	-------	--	--

Задание №1.

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

1. Найти начальное приближение, для чего построить графики заданных функций. Выбрать один из корней и использовать это начальное приближение для дальнейшего уточнения,

2. Составить программу решения нелинейной системы методом Ньютона.

3. Определить корень с точностью $\varepsilon_1 = 0,01$. Определить соответствующее число итераций.

Задание №2.

Вычислить приближенно значение определенного интеграла по квадратурным формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона и Ньютона

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad \int_0^1 e^{2x} dx \quad \int_0^{\pi/4} \sin 2x dx$$

Задание №3.

Вычислить приближенно значение определенного интеграла по квадратурным формулам Гаусса и Чебышева

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad \int_0^1 e^{2x} dx \quad \int_0^{\pi/4} \sin 2x dx$$

Задание №4.

Методами Эйлера и Рунге-Кутты приближенно решить задачу Коши

$$y' = f(x, y), \quad x \in [a, b], \quad y(a) = y_0.,$$

$$f(x, y) = \frac{\cos x + y}{x}, \quad a = 0.1, b = \pi, \quad y_0 = 0;$$

Задание №5

Методом Адамса приближенно решить задачу Коши

$$y' = f(x, y), \quad x \in [a, b], \quad y(a) = y_0.,$$

$$f(x, y) = \frac{\cos x + y}{x}, \quad a = 0.1, b = \pi, \quad y_0 = 0;$$

Задание №6

Приближенно решить задачу Коши для системы дифференциальных уравнений

$$y_1' + 2y_1 + y_2 = x + 1,$$

$$y_2' + y_1 + 2y_2 = x + 3,$$

$$x \in [0, 1], y_1(0) = 1, y_2(0) = 0.$$

Задание №7

Применить метод Рунге к уравнению $-\frac{d}{dx} p(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x)$,

$$u(a) = u(b) = 0, p(x) = \frac{1}{1-x^2}, q(x) = x^2, f(x) = e^x, a = -0,9, b = 0,9;$$

Задание №8

Решить дифференциальное уравнение методом Бунднера-Галеркина

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f(x), u(0) = u(1) = 0. \quad f(x) = x, \quad q(x) = 1;$$

Задание №9

Решить дифференциальное уравнение методом наименьших квадратов

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + qu = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0. \quad f(x) = x, \quad q(x) = 1;$$

Задание №10

К интегральному уравнению $y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x$, $0 \leq x \leq 1$. применить

метод вырожденных ядер, интерполяционный метод квадратур, метод коллокации.

Задание №11

К интегральному уравнению $y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x$, $0 \leq x \leq 1$. применить

метод наименьших квадратов, метод моментов.

Задание №12

Пользуясь аппаратом многочленов Чебышева, найти решение интегрального уравнения

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \frac{\varphi(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1+y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

$$\int_{-1}^1 \left(\ln \frac{1}{|x-y|} + xy \right) \frac{\varphi(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1+y \quad -1 \leq y \leq 1.$$

$$\frac{d}{dy} \left(\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \varphi(x) \sqrt{1-x^2} dx \right) = y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

Задание №13

Построить явную и неявную разностную схемы для решения смешанной граничной задачи для уравнения теплопроводности. Определить условия устойчивости и порядок аппроксимации.

Задание №14

Построить разностную схему для решения задачи Пуассона в прямоугольной области.

Задание №15

Построить явную и неявную разностную схемы для решения смешанной граничной задачи для уравнения гиперболического типа. Определить условия устойчивости и порядок аппроксимации.

Типовое задание к лабораторной работе №1

Решить задачу Коши $y' = f(x, y), x \in [a, b], y(a) = y_0.$

- 1 Изучить теоретическую часть.
- 2 Составить программу решения дифференциального уравнения первого порядка по вычислительным схемам (1.2), (1.6), (1.7), (1.8), (1.9), (1.10) и (1.11). Отладить ее на модельной задаче.
- 3 Провести вычисления указанного варианта задачи.
- 4 Внести случайную погрешность в начальные данные и, проведя вычисления для измененных данных, сделать вывод об устойчивости.
- 5 Вывести результаты решения модельной задачи для различного числа узлов N в виде таблицы

x_i	y_h^i	$y(x_i)$	$ y_h^i - y(x_i) $
-------	---------	----------	--------------------

--	--	--	--

где y_h^i - значение приближенного решения в точке x_i при шаге h , $y(x_i)$ - точное значение решения в этой же точке.

6 Вывести результаты решения указанного варианта в виде

x_i	y_h^i	$y_{h/2}^i$	$ y_h^i - y_{h/2}^i $

7 Провести анализ полученных результатов.

Типовое задание к лабораторной работе №2

Решить дифференциальное уравнение методом Бубнова-Галеркина

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0.$$

1. Составить модельную задачу и отладить на ней программу.
2. Решить задачу для конкретного варианта.
3. Вывести результаты решения модельной задачи для различного числа узлов N в виде:

x_i	u_h^i	$u(x_i)$	$ u_h^i - u(x_i) $

4. Вывести результаты для поставленной задачи:

x_i	u_h^i	$u_{h/2}^i$	$ u_h^i - u_{h/2}^i $

5. Внести случайную погрешность в начальные данные и, проведя вычисления для измененных данных, сделать вывод об устойчивости.

6. Проанализировать результаты.

Типовое задание к лабораторной работе №3

Решить интегральное уравнение методом замены ядра на вырожденное

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,s)f(s)ds$$

1. Изучить теоретическую часть.
2. Составить модельную задачу с вырожденным ядром, и на ней отладить программу.
3. Невырожденное ядро заменить приближенно вырожденным, раскладывая функцию ядра в ряд и удерживая n членов этого ряда.
4. Применить метод вырожденных ядер к полученному приближенному уравнению.
5. Погрешность оценить по разности между решениями, полученными при $n=m$ и $n=2m$.

Типовое задание к лабораторной работе №4

Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \lambda^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

в области $D = \{(x,t), 0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < t \leq T\}$.

Начальное условие

$$u(x, y, 0) = x + y.$$

Краевые условия

$$\begin{aligned} u(x, y, t) \Big|_{\substack{y=0 \\ 0 \leq x \leq 1}} &= x e^{-\beta t}, & u(x, y, t) \Big|_{\substack{y=1 \\ 0 \leq x \leq 1}} &= (x+1) e^{-\beta t}; \\ u(x, y, t) \Big|_{\substack{x=0 \\ 0 \leq y \leq 1}} &= y e^{-\beta t}, & u(x, y, t) \Big|_{\substack{x=1 \\ 0 \leq y \leq 1}} &= (y+1) e^{-\beta t}. \end{aligned}$$

1. Изучить теоретическую часть решения задачи для двумерного уравнения теплопроводности;
2. Составить программу вычислений. Для анализа результатов вывести на печать каждый десятый временной слой.
3. Сформулировать модельную задачу, выбрав начальные и краевые условия так, чтобы модельная задача имела решение $u(x, y, t)$.

4. Сравнить приближенное и точное решения модельной задачи.

5. Решить задачу из конкретного варианта и проанализировать полученные результаты.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, реализации основных численных методов на алгоритмических языках программирования, а также решения предложенных задач.

- **Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Проведение контрольной работы	Раздел 3.	ПСК-1, ПК-3
2	Собеседование/защита лабораторной работы	Разделы 1,2,3,4,5,6	ПСК-1, ПК-3, ПК-10, ПК-9
3	Творческое задание: составление теста по дисциплине «Численные методы»	Разделы 1,2,3,4,5,6	ПК-9, ПК-10
4	Творческое задание: составление учебно-методического комплекса по дисциплине «Численные методы»	Разделы 1,2,3,4,5,6	ПК-9, ПК-10
5	Контроль выполнения домашнего задания	Разделы 1,2,3,4,5,6	ПСК-1, ПК-3

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

1. Используя метод Эйлера, найти значения функции y , определяемой

дифференциальным уравнением $y' = x^2 + y^3$ при начальном условии $y(0)=1$; шаг $h=0.1$, ограничиться отысканием первых четырех значений y .

2. Методом Рунге-Кутты проинтегрировать уравнение $x^2 y' - xy = 1$ при начальном условии $y(1)=0$ в промежутке $[1,2]$, шаг $h=0.2$.

Темы лабораторных работ

1. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка методами Рунге-Кутты.
2. Решение дифференциальных уравнений методом Галеркина.
3. Решение интегральных уравнений Фредгольма методом замены ядра на вырожденное.
4. Приближенные методы решения двумерного уравнения теплопроводности.

Вопросы к экзамену

1. Предмет вычислительной математики. Вычислительный эксперимент.
2. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений.
3. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений.
4. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
5. Квадратурные формулы наивысшей степени точности.
6. Квадратурные формулы Гаусса и Чебышева.
7. Основные понятия теории разностных схем. Примеры разностных схем.
8. Оценка порядка аппроксимации разностных схем.
9. Основные методы решения задачи Коши. Разложение решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера.
10. Методы Рунге-Кутты. Погрешность метода на шаге. Порядок погрешности метода.
11. Оценки погрешности одношаговых методов.
12. Конечно-разностные методы. Метод Адамса. Интерполяционные и

экстраполяционные формулы.

13. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов.

14. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений.

15. Численные методы решения задач Коши для уравнений высших порядков.

16. Метод конечных разностей.

17. Метод прогонки.

18. Основная схема алгоритмов проекционных методов.

19. Метод Рунге. Классические решения. Примеры.

20. Сходимость метода Рунге.

21. Метод Рунге в энергетических пространствах. Обобщенные решения.

22. Сходимость метода Рунге в энергетических пространствах.

23. Естественные и главные краевые условия.

24. Метод Бубнова-Галеркина.

25. Сходимость метода Бубнова-Галеркина.

26. Метод наименьших квадратов.

27. Сходимость метода наименьших квадратов.

28. Проблема выбора базисных функций.

29. Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур.

30. Решение уравнений Фредгольма методом вырожденных ядер.

31. Решение уравнений Фредгольма методом коллокации.

32. Решение уравнений Фредгольма методом моментов.

33. Решение уравнений Фредгольма методом наименьших квадратов

34. Решение уравнений Фредгольма методом последовательных приближений.

35. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра.

36. Численные методы решения сингулярных интегральных уравнений.

37. Метод разностной прогонки.
38. Сходимость и аппроксимация разностных схем. Устойчивость разностной схемы.
39. Разностные методы решения задачи Коши для уравнения теплопроводности (уравн. параболического типа).
40. Устойчивость двухслойной разностной схемы для задачи Коши для уравнения теплопроводности.
41. Метод неопределенных коэффициентов.
42. Конструирование граничных условий при построении разностных схем для уравнения теплопроводности.
43. Решение смешанных граничных задач для уравнения теплопроводности.
44. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа (ур. Пуассона).
45. Аппроксимация граничных условий для уравнений эллиптического типа.
46. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа. Задача Коши.
47. Разностные схемы для решения смешанной граничной задачи для волнового уравнения.
48. Правило Рунге. Устойчивость по начальным данным.
49. Разностные схемы расщепления.
50. Метод переменных направлений.

Задания:

1. Интегральное уравнение Фредгольма решить методом вырожденных ядер

$$y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

2. Интегральное уравнение Фредгольма решить методом моментов

$$y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x, \quad 0 \leq x \leq 1. \text{ В качестве базисных функций взять}$$

$$\varphi_1(x) = 1, \quad \varphi_2(x) = x.$$

3. Интегральное уравнение Фредгольма решить методом наименьших квадратов

$y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x, \quad 0 \leq x \leq 1.$ В качестве базисных функций взять

$$\varphi_1(x) = 1, \varphi_2(x) = x.$$

4. Интегральное уравнение Фредгольма решить методом последовательных приближений

$$y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

5. Пользуясь аппаратом многочленов Чебышева, найти решение интегрального уравнения

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \varphi(x) \sqrt{1-x^2} dx = 1+y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

6. Пользуясь аппаратом многочленов Чебышева, найти решение интегрального уравнения

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \frac{\varphi(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1+y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

7. Пользуясь аппаратом многочленов Чебышева, найти решение интегрального уравнения

$$\int_{-1}^1 \left(\ln \frac{1}{|x-y|} + xy \right) \frac{\varphi(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1+y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

8. Пользуясь аппаратом многочленов Чебышева, найти решение интегрального уравнения

$$\frac{d}{dy} \left(\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \varphi(x) \sqrt{1-x^2} dx \right) = y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

9. Построить явную разностную схему для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varphi(x, t), \quad u(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$$

10. Построить неявную разностную схему для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varphi(x, t), \quad u(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$$

11. Построить разностную схему для уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y), \quad u|_{\Gamma} = \varphi(M),$$

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Численные методы и методика их преподавания»

а) Основная литература

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики: Учебное пособие. 7-е изд., стер. – Спб.: Издательство «Лань», 2009 11 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=11367
2. Кудряшова Н.Ю. Мойко Н.В. Численные методы. Методические указания к выполнению лабораторных работ. Изд-во ПГУ. Пенза, 2015 30 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=17505
3. Кудряшова Н.Ю. Мойко Н.В. Численные методы. Учебное пособие Изд-во ПГУ. Пенза, 2016 42 экз. http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=18238
4. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.В. Копченова, И.А. Марон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96854>.
5. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/255>
6. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — Электрон. дан. — Спб. : Лань, 2011. — 665 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2025

б) Дополнительная литература

7. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. — Электрон. дан. — Спб. : Лань, 2010. — 400 с. — Режим доступа:

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=537

8. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа:

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Лекционные и практические занятия по дисциплине «Численные методы и методика их преподавания» проводятся в лекционных аудиториях университета. Лабораторные работы проводятся в классах, оснащенных персональными компьютерами. ПО «Microsoft Windows» (подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard); регистрационный номер 00037FFEBACF8FD7 Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.) Продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

Рабочая программа дисциплины «Численные методы и методика их преподавания» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Программу составил:

1. Кудряшова Н.Ю.  к.ф.-м.н., доцент

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11.1 от «28» июня 2016 года

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор



Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11.1 от «28» июня 2016 года

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор



Бойков И.В.

Программа одобрена методической комиссией ФВТ

Протокол № 6^а от «29» 06 2016 года

Председатель методической комиссии ФВТ
к.т.н., профессор



Коннов Н.Н.

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2017 - 2018	л1 от 04.09.17 Куз	Список литературы			
2018 - 2019	л1 от 03.09.18 Куз	Список литературы			