

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета вычислительной
техники
Фионова Л.Р.
«14» апреля 2015 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.1.11 Алгебра

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация (степень) выпускника Академический бакалавр

Форма обучения очная

Пенза, 2015

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра» является формирование и развитие у студентов общепрофессиональных компетенций, формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области алгебры и ее основных методов, позволяющих подготовить конкурентоспособного выпускника, способного понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности.

Задачи изучаемой дисциплины:

Исходя из общих целей подготовки академического бакалавра по профилю «Системное программирование и компьютерные технологии»:

- содействовать средствами дисциплины «Алгебра» развитию у студентов мотивации к исследовательской и прикладной деятельности, профессионального мышления, коммуникативной готовности, общей культуры;
- научить студентов ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи;
- сориентировать студентов на использование современных технологий в профессиональной деятельности.

Исходя из конкретного содержания дисциплины:

- изучить основные виды алгебраических структур и воспитать алгебраическую культуру.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Алгебра» относится к базовой части модуля Б1 математического и естественнонаучного цикла. Изучение дисциплины базируется на знании общеобразовательной программы по предметам: математика, алгебра и начала анализа.

Освоение данной дисциплины является основой для последующего изучения дисциплин: дискретная математика, численные методы, статистический анализ данных, практикум решения задач на ЭВМ, для прохождения вычислительной практики, подготовки к итоговой государственной аттестации.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компет енции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Знать: определения и свойства основных алгебраических объектов, теорию алгебраических систем и векторных пространств
		Уметь: применять алгебраические знания к решению задач прикладной математики и информатики; применять теоретические знания к моделированию и реализации алгоритмов математических методов решения задач линейной алгебры
		Владеть: основными понятиями и доказательством фактов основных разделов курса алгебры

ОПК-4	Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: стандартные алгоритмы и методы линейной алгебры
		Уметь: применять алгебраические методы для решения стандартных задач профессиональной направленности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий с учетом основных требований информационной безопасности
		Владеть: навыками решения прикладных задач с использованием методов и алгоритмов алгебры

4. Структура и содержание дисциплины «Алгебра»

4.1. Структура дисциплины «Алгебра»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)		
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа			Контрольная работа	Собеседование	Тест
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Подготовка к экзамену			
1.	Раздел 1. Комплексные числа. Действия над ними. Различные формы записи комплексных чисел.	1	1-2	8	4	4	14	8	6			
1.1.	Тема 1.1. Понятие комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.	1	1	4	2	2	6	4	2			
1.2.	Тема 1.2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. Формула Муавра для возведения комплексного числа в n -ю степень.	1	1	2	1	1	4	2	2		2	
1.3.	Тема 1.3. Показательная форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в показательной форме. Извлечение корня n -й степени из	1	2	2	1	1	4	2	2			

	комплексного числа.											
2.	Раздел 2. Матрицы и системы линейных уравнений	1	3-8	32	14	18	42	28	14			
2.1.	Тема 2.1. Решение систем линейных уравнений 2×2 и 3×3 по формулам Крамера.	1	3	5	2	3	6	4	2			
2.2.	Тема 2.2. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).	1	3	5	2	3	6	4	2			
2.3.	Тема 2.3. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.	1	4	3	2	1	6	4	2			
2.4.	Тема 2.4. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Способ ее нахождения. Матричный метод решения систем линейных уравнений $n \times n$.	1	5	5	2	3	6	4	2			
2.5.	Тема 2.5. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к «ступенчатому» виду с помощью элементарных преобразований.	1	6	4	2	2	6	4	2			
2.6.	Тема 2.6. Критерий совместности системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.	1	7	5	2	3	6	4	2		7	
2.7.	Тема 2.7. Решение однородных систем линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Условие существования фундаментальных систем решений.	1	8	5	2	3	6	4	2	8		
3.	Раздел 3. Линейные пространства. Линейные отображения линейных пространств, линейные операторы	1	9-12	14	6	8	20	14	6			9
3.1.	Тема 3.1. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Линейная зависимость системы векторов линейного пространства. Свойства линейной зависимости.	1	9	5	3	2	6	4	2		9	
3.2.	Тема 3.2. Базис линейного пространства. Разложение векторов линейного пространства по базису. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства. Примеры линейных пространств без базиса, бесконечномерных линейных пространств. Арифметическое (векторное) n -мерное пространство.	1	10	2	1	1	4	3	1			
3.3.	Тема 3.3. Линейные отображения линейных пространств. Линейные операторы. Координатная запись линейного	1	11	2	1	1	4	3	1			

	отображения. Матрица линейного отображения.											
3.4.	Тема 3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	1	12	5	2	3	6	4	2	12		
4.	Раздел 4. Евклидовы пространства. Ортогональные преобразования евклидова пространства.	1	13-15	8	5	3	18	12	6			
4.1.	Тема 4.1. Евклидово пространство. Аксиомы евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Нормированные пространства. Норма вектора. Норма матрицы.	1	13	2	1	1	6	4	2			
4.2.	Тема 4.2. Ортогональные матрицы. Условия ортогональности матриц. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Свойства ортогональных преобразований. Условия существования ортогональных преобразований евклидова пространства.	1	14	3	2	1	6	4	2			
4.3.	Тема 4.3. Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Свойства линейных преобразований. Собственные векторы симметрического линейного преобразования.	1	15	3	2	1	6	4	2	15		
5.	Раздел 5. Квадратичные формы и квадрики	1	16-18	10	7	3	14	10	4			
5.1.	Тема 5.1. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.	1	16	2	2	-	7	5	2		1 6	
5.2.	Тема 5.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду различными методами.	1	17-18	8	5	3	7	5	2	17		
	<i>Подготовка к экзамену</i>									36		
	Общая трудоемкость, в часах			72	36	36	108	72	36			
											Промежуточная аттестация	
											Форма	Семестр
											Зачет	-
											Экзамен	1

4.2. Содержание дисциплины «Алгебра»

Раздел 1. Комплексные числа. Действия над ними. Различные формы записи комплексных чисел.

Тема 1.1. Понятие комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.

Тема 1.2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. Формула Муавра для возведения комплексного числа в n -ю степень.

Тема 1.3. Показательная форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в показательной форме. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.

Раздел 2. Матрицы и системы линейных уравнений

Тема 2.1. Решение систем линейных уравнений 2×2 и 3×3 по формулам Крамера.

Тема 2.2. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).

Тема 2.3. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.

Тема 2.4. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Способ ее нахождения. Матричный метод решения систем линейных уравнений $n \times n$.

Тема 2.5. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к «ступенчатому» виду с помощью элементарных преобразований.

Тема 2.6. Критерий совместности системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.

Тема 2.7. Решение однородных систем линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Условие существования фундаментальных систем решений.

Раздел 3. Линейные пространства. Линейные отображения линейных пространств, линейные операторы

Тема 3.1. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Линейная зависимость системы векторов линейного пространства. Свойства линейной зависимости.

Тема 3.2. Базис линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства.

Тема 3.3. Линейные отображения линейных пространств. Линейные операторы. Координатная запись линейного отображения. Матрица линейного отображения.

Тема 3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Раздел 4. Евклидовы пространства. Ортогональные преобразования евклидова пространства.

Тема 4.1. Евклидово пространство. Аксиомы евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Нормированные пространства. Норма вектора. Норма матрицы.

Тема 4.2. Ортогональные матрицы. Условия ортогональности матриц. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Свойства ортогональных преобразований. Условия существования ортогональных преобразований евклидова пространства.

Тема 4.3. Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Свойства линейных преобразований. Собственные векторы симметрического линейного преобразования.

Раздел 5. Квадратичные формы и квадратики

Тема 5.1. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.

Тема 5.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду различными методами. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины «Алгебра», при проведении аудиторных занятий, используются технологии традиционных и нетрадиционных учебных занятий.

Технология традиционного обучения предусматривает такие методы и формы изучения материала как лекция, практические занятия:

- информационная лекция (тема 3.1. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства; тема 4.1. Евклидово пространство. Аксиомы евклидова пространства);

- проблемная лекция (тема 2.6. Критерий совместности системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли; тема 2.4. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы.);

Практические занятия предполагают работу в группе и индивидуально по решению задач с использованием теоретических знаний. В ходе их проведения используются задания учебно-тренировочного характера и задания творческого характера (тема 1.3. Показательная форма записи комплексного числа; тема 4.3. Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Свойства линейных преобразований).

При изучении дисциплины «Алгебра» используются активные и неактивные технологии обучения, такие как:

- технология сотрудничества, включающая *работу в малых группах* (тема 2.1. Решение систем линейных уравнений $n \times n$ по формулам Крамера; тема 2.7. Решение однородных систем линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений; тема 5.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований, методом Лагранжа);

- медиатехнология (подготовка и демонстрация презентаций);

- кейс-технология (проблемный метод, работа в парах и группах).

Нетрадиционные учебные занятия проводятся в форме тренинга, занятий-соревнований (заключительные практические занятия по изучаемым темам).

Самостоятельная работа студентов подразумевает работу под руководством преподавателя (консультации, коллоквиумы) и индивидуальную работу студента, выполняемую, в том числе, с использованием информационных технологий.

При реализации образовательных технологий используются следующие виды самостоятельной работы:

- работа с конспектом лекций;
- работа с учебником;
- решение задач и упражнений по образцу;
- решение вариативных задач и упражнений;
- подготовка доклада по заданной теме с компьютерной презентацией;
- поиск информации в сети «Интернет» и дополнительной и справочной литературе;
- мини-исследование;
- подготовка к сдаче экзамена.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Основным средством текущего контроля успеваемости студентов является проверка их знаний на практических занятиях, выборочная проверка домашних работ и контрольные работы.

Выполнение домашних базируется на творческой активности студентов, контролируемой преподавателем. При этом преподавателем оказывается активная помощь в решении различных задач, а также объяснении трудных вопросов теории.

При активном выполнении домашних и контрольных работ осуществляется итерационный подход: от теории к практике и обратно (и так несколько раз), что при развитии психологии мышления является наиболее плодотворным путем освоения математической дисциплины.

При защите контрольных работ студенты выборочно опрашиваются по всем разделам, и результаты защиты оцениваются в балльной системе, что является основой для выставления баллов по контрольным точкам.

На экзамен выносятся два вопроса по теории и три практические задачи, аналогичные решенным на практических занятиях, в домашних и контрольных работах.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	Раздел 1. Комплексные числа. Действия над ними. Различные формы записи комплексных чисел.				10
1	Тема 1.1. Понятие комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.	Подготовка к аудиторным занятиям	Понятие комплексного числа, Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексная плоскость. Изображение комплексного числа. Комплексно-сопряженное число. Действия с комплексными числами.	Основная литература: [6]	4
1	Тема 1.2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. Формула Муавра для возведения комплексного числа в n -ю степень.	Подготовка к аудиторным занятиям	Тригонометрическая запись комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел в тригонометрической форме. Степень комплексного числа. Формула Муавра. Деление комплексных чисел.	Основная литература: [6]	3
2	Тема 1.3. Показательная форма записи комплексного числа.	Подготовка к аудиторным занятиям	Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами в	Основная литература: [6]	3

	Действия с комплексными числами, записанными в показательной форме. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.	ым занятиям	показательной форме. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.		
3-8	Раздел 2. Матрицы и системы линейных уравнений				28
3	Тема 2.1. Решение систем линейных уравнений 2×2 и 3×3 по формулам Крамера.	Подготовка к аудиторным занятиям	Определители 2-го порядка. Решение систем 2-х линейных уравнений с 2-мя неизвестными по формулам Крамера. Определители 3-го порядка. Правило «треугольника» для их нахождения. Формулы Крамера для решения систем 3-х линейных уравнений с 3-мя неизвестными.	Основная литература: [2], [3], [4]	4
3	Тема 2.2. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).	Подготовка к аудиторным занятиям	Определители n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Нахождение определителя любого порядка разложением по элементам строки (столбца).	Основная литература: [2], [3], [4]	4
4	Тема 2.3. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.	Подготовка к аудиторным занятиям	Понятие матрицы. Нуль-матрица, единичная матрица, диагональная матрица. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Свойства. Умножение матриц.	Основная литература: [2], [3], [4]	4
5	Тема 2.4. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Способ ее нахождения. Матричный метод решения систем линейных уравнений $n \times n$.	Подготовка к аудиторным занятиям	Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. «Присоединенная» матрица. Формула нахождения обратной матрицы. Решение квадратных систем линейных уравнений матричным способом.	Основная литература: [2], [3], [4]	4
6	Тема 2.5. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к «ступенчатому» виду с помощью элементарных преобразований	Подготовка к контрольной работе	Определение ранга матрицы порядка $m \times n$. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к «диагональному» виду с помощью элементарных преобразований. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Другое определение ранга.	Основная литература: [2], [3], [4]	4
7	Тема 2.6. Критерий совместности системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.	Подготовка к аудиторным занятиям	Решение произвольных систем линейных уравнений. Совместные-несовместные, определенные-неопределенные системы. Основная и расширенная матрицы системы. Теорема Кронекера-Капелли о критериях совместности систем линейных уравнений $m \times n$. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.	Основная литература: [2], [3], [4]	4
8	Тема 2.7. Решение однородных систем линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений	Подготовка к контрольной работе	Однородные системы линейных уравнений. Тривиальное и нетривиальные решения системы однородных уравнений. Условия их существования. Фундаментальная	Основная литература: [2], [3], [4]	4

	однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Условие существования фундаментальных систем решений.	№1	система решений. Условия существования фундаментальных систем решений.		
9-12	Раздел 3. Линейные пространства. Линейные отображения линейных пространств, линейные операторы				14
9	Тема 3.1. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Линейная зависимость системы векторов линейного пространства. Свойства линейной зависимости.	Подготовка к аудиторным занятиям	Вещественное линейное пространство. Векторы линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость-независимость системы векторов линейного пространства. Свойства линейной зависимости.	Основная литература: [3], [4], [5], [6]	4
10	Тема 3.2. Базис линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства.	Подготовка к аудиторным занятиям	Базис линейного пространства. Разложение векторов линейного пространства по базису. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства. Примеры линейных пространств без базиса, бесконечномерных линейных пространств. Арифметическое (векторное) n -мерное пространство.	Основная литература: [3], [4], [5], [6]	3
11	Тема 3.3. Линейные отображения линейных пространств. Линейные операторы. Координатная запись линейного отображения. Матрица линейного отображения	Подготовка к аудиторным занятиям	Понятие отображения 2-х вещественных линейных пространств. Линейные отображения. Линейные преобразования (операторы). Координатная запись линейного отображения. Матрица линейного отображения. Связь между матрицами линейного отображения в разных базисах.	Основная литература: [3], [4], [5], [6]	3
12	Тема 3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	Подготовка к аудиторным занятиям	Матрица линейного преобразования (оператора). Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Нахождение собственных векторов и собственных значений.	Основная литература: [3], [4], [5], [6]	4
13-15	Раздел 4. Евклидовы пространства. Ортогональные преобразования евклидова пространства.				12
13	Тема 4.1. Евклидово пространство. Аксиомы евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Нормированные пространства. Норма вектора. Норма матрицы.	Подготовка к аудиторным занятиям	Аксиомы скалярного произведения векторного пространства. Понятие евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Норма вектора. Нормированные пространства. Норма матрицы.	Основная литература: [5], [6], [8]	4
14	Тема 4.2. Ортогональные матрицы. Условия	Подготовка к аудиторным занятиям	Ортогональные матрицы. Условия их существования. Ортонормированный базис евклидова пространства.	Основная литература:	4

	ортогональности матриц. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Свойства ортогональных преобразований. Условия существования ортогональных преобразований евклидова пространства.	ым занятиям	Условия его существования. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Свойства ортогональных преобразований. Условия существования ортогональных преобразований евклидова пространства.	[5], [6], [8]	
15	Тема 4.3. Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Свойства линейных преобразований. Собственные векторы симметрического линейного преобразования	Подготовка к аудиторным занятиям	Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Свойства линейных преобразований. Собственные векторы симметрического линейного преобразования, их свойства.	Основная литература: [5], [6], [8]	4
16-18	Раздел 5. Квадратичные формы и квадратики				8
16	Тема 5.1. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.	Подготовка к аудиторным занятиям	Понятие квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Линейное преобразование переменных. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.	Основная литература: [1], [2]	4
17-18	Тема 5.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду различными методами.	Подготовка к контрольной работе №2	Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом выделения полных квадратов. Метод Лагранжа. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований	Основная литература: [1], [2]	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Для практического закрепления знаний (именно по данной теме занятий) студентам выдается определенное домашнее задание, работа над которым должна проводиться самостоятельно. При выдаче домашнего задания выделяются основные, опорные моменты, опираясь на которые, студенты справятся с самостоятельным выполнением задания. Кроме того, обращается внимание на часто встречающиеся (возможные) ошибки при выполнении заданий.

Выполнение студентами домашних работ направлено на обобщение и систематизацию, углубление полученных теоретических знаний по основным темам дисциплины и формирование умений применять полученные знания на практике.

Выполняемые задания подразделяется на несколько групп. Первая группа служит иллюстрацией теоретического материала, и входящие в нее задачи носят воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории. Вторая представляет собой образцы задач и примеров, разобранных в аудитории. Для самостоятельного выполнения требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения. Третий вид заданий содержит элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливая внутрипредметные и межпредметные связи. Решение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно.

Основной формой упражнений являются задачи и примеры. Решение каждой задачи или примера студент должен стараться довести до конца. По нерешенным или не до конца понятым задачам обязательно проводятся консультации.

Теоретические вопросы для самостоятельной работы.

В следующей таблице указан перечень теоретических вопросов, на которые студент должен уметь отвечать при опросах.

№ лекции	Тема лекций	Вопросы для самостоятельного изучения и повторения
1	Комплексные числа. Действия над ними.	Понятие комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексная плоскость. Изображение комплексного числа. Комплексно-сопряженное число. Действия с комплексными числами. Тригонометрическая запись комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.
2		Степень комплексного числа. Формула Муавра. Деление комплексных чисел. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами в показательной форме. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.
3	Матрицы и системы линейных уравнений	Определители 2-го порядка. Формулы Крамера для решение систем 2-х линейных уравнений с 2-мя неизвестными по. Определители 3-го порядка. Правило «треугольника» для их нахождения. Формулы Крамера для решения систем 3-х линейных уравнений с 3-мя неизвестными.
4		Определители n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Нахождение определителя любого порядка разложением по элементам строки (столбца).
5		Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. «Присоединенная» матрица.

		Формула нахождения обратной матрицы. Решение квадратных систем линейных уравнений матричным способом.
6		Определение ранга матрицы порядка $m \times n$. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к «диагональному» виду с помощью элементарных преобразований. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Другое определение ранга.
7		Решение произвольных систем линейных уравнений. Совместные-несовместные, определенные-неопределенные системы. Основная и расширенная матрицы системы. Теорема Кронекера-Капелли о критериях совместности систем линейных уравнений $m \times n$. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений.
8		Однородные системы линейных уравнений. Тривиальное и нетривиальные решения системы однородных уравнений. Условия их существования. Фундаментальная система решений. Условия существования фундаментальных систем решений.
9	Линейные пространства. Линейные отображения линейных пространств, линейные операторы	Вещественное линейное пространство. Векторы линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость-независимость системы векторов линейного пространства. Свойства линейной зависимости.
10		Базис линейного пространства. Разложение векторов линейного пространства по базису. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства. Примеры линейных пространств без базиса, бесконечномерных линейных пространств. Арифметическое (векторное) n -мерное пространство.
11		Понятие отображения 2-х вещественных линейных пространств. Линейные отображения. Линейные преобразования (операторы). Координатная запись линейного отображения. Матрица линейного отображения. Связь между матрицами линейного отображения в разных базисах.
12		Матрица линейного преобразования (оператора). Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Нахождение собственных векторов и собственных значений.
13	Евклидовы пространства. Ортогональные преобразования евклидова пространства.	Аксиомы скалярного произведения векторного пространства. Понятие евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Нормированные пространства. Норма вектора. Норма матрицы.
14		Ортогональные матрицы. Условия их существования. Ортонормированный базис евклидова пространства. Условия его существования. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Свойства ортогональных преобразований. Условия существования ортогональных преобразований евклидова пространства.

15		Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Свойства линейных преобразований. Собственные векторы симметрического линейного преобразования, их свойства.
16	Квадратичные формы и квадратики	Понятие квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Линейное преобразование переменных. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.
17		Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом выделения полных квадратов. Метод Лагранжа. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы.
18		Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Контрольная работа №1	Действия над комплексными числами; решение произвольных систем линейных уравнений различными способами; матрицы и действия над ними, нахождение ранга матрицы и обратной матрицы	ОПК-1, ОПК-4
2.	Контрольная работа №2	Разложение вектора по векторам базиса линейного пространства; нахождение собственных значений и собственных векторов линейных отображений; приведение квадратичных форм к каноническому и нормальному виду различными методами	ОПК-1, ОПК-4

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

Задание 1. Найти и записать в показательной форме комплексное число: $\frac{(\sqrt{3} - i)^5}{(1 + i\sqrt{3})^{12}}$

Задание 2. Решить систему по формулам Крамера и матричным методом и сравнить

$$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$$

ответы:

Задание 3. Найти матрицу, обратную к $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ и сделать проверку.

Задание 4. Найти ранг матрицы A и указать какой-нибудь её базисный минор

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание 5. Проверить совместность и решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 10 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

Задание 6. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + \quad - 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

Демонстрационный вариант контрольной работы №2

Задание 1. Доказать, что векторы $\vec{a}=(2,0,1)$, $\vec{b}=(1,-1,2)$, $\vec{c}=(2,2,-1)$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{d}=(3,7,-7)$ в этом базисе.

Задание 2. Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора,

заданного своей матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

Задание 3. Выяснить, можно ли заданную матрицу линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ диагонализировать переходом к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему диагональную формулу матрицы.

Задание 4. Определить, является ли квадратичная форма положительно определенной:

$$12x_1x_2 - 12x_1x_3 + 6x_2x_3 - 11x_1^2 - 6x_2^2 - 6x_3^2?$$

Демонстрационный вариант теста

1) Значение определителя $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ равно \square .

2) Сумма решений системы $\begin{cases} 2x - y + 5z = 0, \\ x + y + z = 7, \\ 2x - 3y + 2z = 3 \end{cases}$ равна \square .

3) Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ выполняются утверждения:

- 1) обратные матрицы существуют для обеих матриц;
- 2) A^{-1} не существует, B^{-1} существует;
- 3) A^{-1} существует, B^{-1} не существует;

4) A^{-1} и B^{-1} не существует;

5) $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

В ответе указать номер верного утверждения.

4) При умножении матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ получается матрица, у которой сумма

элементов второй строки равна:

1) 6; 2) 10; 3) 11; 4) 15; 5) 25.

5) Элемент a_{22} матрицы $A + A^{-1}$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, равен:

1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) 2; 5) -1.

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

1. Комплексные числа. Сложение, умножение и деление комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
3. Формула Муавра для возведения комплексного числа в степень. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.
4. Показательная форма записи комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в показательной форме.
5. Решение систем линейных уравнений $n \times n$ по формулам Крамера.
6. Определители и их свойства.
7. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
8. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.
9. Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Способ ее нахождения.
10. Матричный метод решения систем линейных уравнений $n \times n$.
11. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к «ступенчатому» виду с помощью элементарных преобразований.
12. Теорема Кронекера-Капелли.
13. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
14. Решение однородных систем линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений однородной системы.
15. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Условие существования фундаментальных систем решений.
16. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Примеры линейных пространств.
17. Линейная зависимость системы векторов линейного пространства. Свойства.
18. Базис линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства.
19. Линейные отображения линейных пространств. Линейные операторы. Примеры.

20. Координатная запись линейного отображения. Матрица линейного отображения.
21. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
22. Евклидово пространство. Аксиомы евклидова пространства.
23. Ортогональные матрицы. Условия ортогональности матрицы.
24. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Свойства. Условия существования.
25. Симметрические линейные преобразования евклидова пространства. Определение, свойства.
26. Свойство собственных векторов симметрического линейного преобразования.
27. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.
28. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.
29. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
30. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

7.1. Основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. — 6-е изд., стереотип. — М.: Физматлит, 2004. — 278 с. (15 экз.)
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. В 3-х т.: Учебник, Т.1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. — 7-е изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2005. — 284 с. (3 экз.)
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Учебник. Ч.2. Линейная алгебра. — 3-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2004. — 368 с. (40 экз.)
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: Учебник. — 14-е изд, стер. — СПб: Лань, 2005. — 432 с. (50 экз.)
5. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. — СПб.: Лань, 2009. — 480 с. ЭБС Лань http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=251
6. Михалев А.В., Михалев А.А. Введение в алгебру. — НОУ Интуит, 2016. — 143 с. ЭБС book.ru <http://www.book.ru/book/917593>

7.2. Дополнительная литература:

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учебн. пособие. — 12-е изд, стер. — СПб: Лань, 2008. — 480 с. (50 экз.)
2. Постников М.М. Линейная алгебра. Лекции по геометрии: учебн. пособие. Ч.2 — 3-е изд, испр. — СПб: Лань, 2009. — 400 с. (3 экз.)
3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. — 10-е изд., испр. — М: Физматлит, 2005. — 304 с. (5 экз.)
4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семенов, Ю.А. Хватов. — М.: Проспект, 2014. — 139 с. ЭБС book.ru <http://www.book.ru/book/916179>

7.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№ п/п	Адрес сайта	Описание материала, содержащегося на сайте
1	http://www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info	Головань С. Линейная алгебра

2	http://www.intuit.ru/studies/courses/1009/197/info	Михалев А. Введение в алгебру
3	http://www.intuit.ru/studies/courses/1016/208/info	Чернова Н. Введение в линейную алгебру
4	http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info	Михалев А. Алгебра матриц и линейные пространства

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины


Не требует специальных аудиторий, дисплейных классов, лабораторий, студий, мультимедийных средств, кинофильмов и т.д.

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций ПрООП по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Программу составила
к.п.н., доцент каф. «Компьютерные технологии»  Пичугина И.Г.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

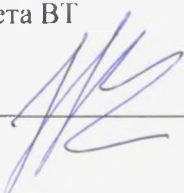
Программа одобрена на заседании кафедры «Компьютерные технологии»
протокол № 2 от «16» сентября 2015 года

Зав. каф. «Компьютерные технологии» д.т.н., профессор  Горбаченко В.И.

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

протокол № 2 от «15» 10 2015 г.

Председатель методической комиссии факультета ВТ

(подпись)  Н. Н. Кошов
(Ф.И.О.)

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2016/2017	№1 от 31.08.2016 <i>[подпись]</i>	Буду существующий	—	—	—
2017/2018	№1 от 30.08.2017 <i>[подпись]</i>	Буду существующий	—	—	—
2018/2019	№1 от 31.08.2018 <i>[подпись]</i>	Буду существующий	—	—	—