

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет физико-математических и естественных наук

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

С.В. Титов



« 7 » октября 2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### М1.2.1 Геометрия и топология

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Магистерская программа Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника – Магистр

Форма обучения очная, заочная

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Геометрия и топология» является формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области геометрии, многомерных пространств и общей топологии.

### Задачи изучаемой дисциплины:

Исходя из общих целей подготовки магистра педагогического образования по магистерской программе «Математическое образование»:

- Содействовать средствами дисциплины «Геометрия и топология» углублению фундаментальной и профессиональной подготовки специалистов в области математического образования, владеющих современными знаниями и технологиями, необходимыми для научно-исследовательской и педагогической деятельности в образовательных учреждениях различного уровня и профильной направленности.

Исходя из конкретного содержания дисциплины:

- сформировать систему основных понятий и фактов общей топологии и многомерной геометрии для применения в будущей профессиональной деятельности, проведения научных исследований;
- научить студентов доказательно рассуждать, выдвигать гипотезы и их обоснования;
- научить поиску, систематизации и анализу информации, используя разнообразные информационные источники, включая учебную и справочную литературу.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина «Геометрия и топология» входит в вариативную часть учебного плана направления подготовки «Педагогическое образование» магистерской программы «Математическое образование».

Для усвоения дисциплины «Геометрия и топология» обучающиеся используют знания и умения по геометрии евклидовой плоскости и трехмерного евклидова пространства, элементам общей топологии и алгебры, полученные при освоении ОПОП бакалавриата по направлению подготовки «Педагогическое образование», профиль «Математика».

В результате изучения данной дисциплины обучающийся должен:

**знать:** основные понятия общей топологии и многомерной геометрии;

**уметь:** применять теоретические знания к решению геометрических задач по курсу;

**владеть:** теорией и практикой элементов общей топологии и многомерной геометрии.

Освоение данной дисциплины является основой для подготовки к изучению дисциплин «Дифференциальная геометрия» и «Теория автоморфизмов», а также для подготовки к итоговой государственной аттестации.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Геометрия и топология»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
<b>Общекультурные компетенции</b>		
ОПК-2	Готовность использовать знания современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• современные проблемы науки и образования.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать знания современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• современными методами науки при решении образовательных и профессиональных задач.</li> </ul>
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-3	Способность руководить исследовательской работой учащихся	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные этапы исследовательской работы.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• руководить исследовательской работой учащихся</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основными методами исследовательской работы</li> </ul>
ПК-5	Способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные методы анализа результатов научных исследований.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• анализировать результаты научных исследований и применять при решении конкретных образовательных и исследовательских задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методами научных исследований.</li> </ul>

## 4. Структура и содержание дисциплины «Геометрия и топология»

### 4.1.1 Структура дисциплины по очной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)		
				Аудиторная работа		Самостоятельная работа					собеседование	контрольная работа	реферат, мини-исследование и др. творческие работы
				Всего	Практические занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Подготовка реферата, мини-исследование	Подготовка к контрольной работе	Подготовка к собеседованию			
<b>1.</b>	<b>Раздел 1. Многомерная геометрия</b>	<b>1</b>		<b>12</b>	<b>12</b>	<b>54</b>	<b>24</b>	<b>20</b>	<b>4</b>	<b>6</b>			
<b>1.1.</b>	Тема 1.1. Многомерные пространства.		1-3	6	6	25	12	10		3	3		1-3
<b>1.2.</b>	Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы.		4-6	6	6	29	12	10	4	3	4	6	4-5
<b>2.</b>	<b>Раздел 2. Топология</b>	<b>1</b>		<b>24</b>	<b>24</b>	<b>90</b>	<b>48</b>	<b>26</b>	<b>0</b>	<b>16</b>			
<b>2.1.</b>	Тема 2.1. Топологические пространства.		7-9	6	6	25	12	10		3	9		7-9
<b>2.2.</b>	Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.		10-12	6	6	21	12	6		3	11		10,12
<b>2.3.</b>	Тема 2.3. Топологические многообразия.		13-16	8	8	28	16	6		6	13,15		14,16
<b>2.4.</b>	Тема 2.4. Накрывающие пространства.		17-18	4	4	16	8	4		4	17		18
											<i>Промежуточная аттестация</i>		
											<i>Форма</i>	<i>Семестр</i>	
											зачёт		<b>1</b>
											экзамен		-----
	Общая трудоемкость, в часах: <b>180 ч.</b>					<b>36</b>	<b>36</b>	<b>144</b>	<b>72</b>	<b>46</b>	<b>4</b>	<b>22</b>	

### 4.1.2 Структура дисциплины по заочной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетные единицы, 180 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы контроля успеваемости (промежуточная аттестация)							
			Аудиторная работа				Самостоятельная работа					контрольная работа	зачет	экзамен	курсовая работа (проект)	др.		
			Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Выполнение контрольной работы	Курсовая работа	Подготовка к зачету						Подготовка к экзамену	
<b>1.</b>	<b>Раздел 1. Многомерная геометрия</b>	<b>1</b>	<b>8</b>		<b>8</b>		<b>16</b>	<b>16</b>										
<b>1.1.</b>	Тема 1.1. Многомерные пространства.		4		4		8	8										
<b>1.2.</b>	Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы.		4		4		8	8										
<b>2.</b>	<b>Раздел 2. Топология</b>		<b>12</b>		<b>12</b>		<b>24</b>	<b>24</b>										
<b>2.1.</b>	Тема 2.1. Топологические пространства.		4		4		8	8										
<b>2.2.</b>	Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.		4		4		8	8										
<b>2.3.</b>	Тема 2.3. Топологические многообразия.		2		2		4	4										
<b>2.4.</b>	Тема 2.4. Накрывающие пространства.		2		2		4	4							<b>1</b>	<b>1</b>		
	Общая трудоемкость, в часах: <b>180 ч.</b>		<b>20</b>		<b>20</b>		<b>156</b>	<b>40</b>	<b>80</b>	<b>---</b>	<b>36</b>	<b>---</b>	Промежуточная аттестация					
												Форма	Семестр					
												Зачет	<b>1</b>					
												Экзамен	-----					

## 4.2. Содержание дисциплины (модуля)

### Раздел 1. Многомерная геометрия.

#### **Тема 1.1. Многомерные пространства.**

Векторные, аффинные и евклидовы  $n$ -мерные пространства. Системы координат. Формулы преобразования координат некоторых геометрических объектов. Группы линейных, аффинных и изометрических преобразований.

#### **Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы.**

Линейные формы на векторном пространстве. Базис пространства линейных форм, координаты. Формулы преобразования координат. Билинейные формы. Симметрические и кососимметрические формы. Полилинейные формы. Примеры. Внешние формы. Тензоры.

### Раздел 2. Топология.

#### **Тема 2.1. Топологические пространства.**

Топологическая структура. Открытые и замкнутые множества. Подпространства. Хаусдорфовы пространства. Примеры. Операция предельного перехода. Связные и несвязные топологические пространства. Примеры. Компактные топологические пространства. Примеры.

#### **Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.**

Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Примеры. Гомеоморфизмы. Примеры топологически эквивалентных пространств. Предмет топологии. Вложения и погружения. Примеры.

#### **Тема 2.3. Топологические многообразия.**

Определение топологического многообразия. Примеры. Понятие карт, атласа. Многообразие с краем. Операция склейки. Примеры. Компактные многообразия, построенные с помощью операции склейки.

#### **Тема 2.4. Накрывающие пространства.**

Накрывающие пространства. Группа накрытия. Примеры.

## 5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины «Геометрия и топология», при проведении аудиторных занятий, используются технологии традиционных и нетрадиционных учебных занятий.

Технология традиционного обучения предусматривает такие методы и формы изучения материала как практические занятия.

Практические занятия направлены на формирование у студентов умений и навыков решения задач, в том числе с практическим содержанием и исследовательских задач. В ходе проведения практических занятий используются задания учебно-тренировочного характера и задания творческого характера.

При изучении дисциплины используются активные и интерактивные технологии обучения, такие как:

- технология сотрудничества, включая *работу в малых группах* и *коллективную мыслительную деятельность* (тема 1.1., тема 2.2.);
- медиатехнология (подготовка и демонстрация презентаций) (тема 2.2., тема 2.3.).

Занятия, проводимые в интерактивной форме, в том числе с использованием интерактивных технологий составляют 25 % от общего количества аудиторных занятий.

Самостоятельная работа студентов подразумевает работу под руководством преподавателя (консультации) и индивидуальную работу студента, выполняемую, в том числе, в компьютерном классе с выходом в сеть «Интернет» на факультете физико-математических и естественных наук университета.

При реализации образовательных технологий используются следующие виды самостоятельной работы:

- работа с учебником;
- решение вариативных задач и упражнений;
- подготовка доклада по заданной теме с компьютерной презентацией;
- мини-исследование;
- подготовка к сдаче зачёта.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

### Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

#### 6.1. План самостоятельной работы студента

##### 6.1.1. по очной форме обучения

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
<b>1 семестр</b>	<b>1</b>	<b>Многомерная геометрия</b>		<b>54</b>
1-3	<b>1.1.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>изучение понятий линейной зависимости и независимости системы векторов; понятие базиса, координат вектора относительно данного базиса; понятие подпространства векторного пространства; прямой суммы; рассмотреть свойства операции внешней суммы и операции разности точек; изучить операцию дифференциала отображения и понятие аффинного преобразования; изучить понятие аффинно-евклидова пространства, ортонормированного репера, движения пространств; вывести аналитическое выражение аффинных преобразований, доказать, что множество аффинных преобразований образует группу; вывести аналитическое выражение движения и доказать, что множество всех движений образует группу;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>решение вариантивных задач и упражнений;</i></li> </ul> <p><i>Мини-исследование:</i> «Выяснить вопрос о размерности пространства <math>K^n</math> и векторного пространства непрерывных функций»;</p> <p><i>Подготовка к собеседованию.</i></p>	3 (3)	25
4-6	<b>1.2.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>Линейные формы на векторном пространстве. Базис пространства линейных форм, координаты. Формулы преобразования координат. Билинейные формы. Симметрические и кососимметрические формы. Полилинейные формы. Внешние формы. Тензоры;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>решение вариантивных задач и упражнений;</i></li> </ul> <p><i>Реферат на тему:</i> «Внешнее произведение внешних форм»;</p> <p><i>Подготовка к собеседованию.</i></p> <p><i>Подготовка к контрольной работе.</i></p>	3 (3)	29
	<b>2</b>	<b>Топология</b>		<b>90</b>
7-9	<b>2.1.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>примеры топологических пространств; перечислить все топологии множества, состоящего</p>	1, 2, 3, 4	25



Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
		из двух и трех элементов; примеры счётных и несчётных множеств; доказать, что подпространство хаусдорфова пространства является хаусдорфовым. Понятие компактного топологического пространства; необходимое и достаточное условие компактности топологического пространства; <ul style="list-style-type: none"> <li>решение вариативных задач и упражнений;</li> </ul> Мини-исследование: «Теорема Гейне-Бореля»; Подготовка к собеседованию.		
10-12	<b>2.2.</b>	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с учебником;</li> </ul> изучение определения непрерывного отображения в случае произвольных топологических пространств, в случае метрических пространств и в случае вещественной функции вещественного аргумента; доказать критерий непрерывности отображения; ввести понятие операции склеивания, привести примеры; <ul style="list-style-type: none"> <li>решение упражнений по образцу;</li> </ul> Поиск информации в сети «Интернет» и в дополнительной и справочной литературе для проведения мини-исследования на тему: <ul style="list-style-type: none"> <li>«Выяснить топологическое строение бутылки Клейна»;</li> <li>«Доказать гомеоморфозность открытого круга и всей плоскости»;</li> </ul> Подготовка к собеседованию.	1, 2, 3, 4	21
13-16	<b>2.3.</b>	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с учебником;</li> </ul> Определение топологического многообразия. Примеры. Понятие карт, атласа. Многообразие с краем. Операция склейки. Примеры. Компактные многообразия, построенные с помощью операции склейки. <ul style="list-style-type: none"> <li>решение вариативных задач и упражнений;</li> </ul> Мини-исследование с подготовкой доклада с компьютерной презентацией на тему: <ul style="list-style-type: none"> <li>«Топологическое строение тора»;</li> <li>«Замечательные свойства листа Мёбиуса»;</li> </ul> Подготовка к собеседованию.	1, 2, 3, 4	28
17-18	<b>2.4.</b>	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> <li>работа с учебником;</li> </ul> Накрывающие пространства. Группа накрытия. Универсальное накрытие. Мини-исследование на тему: «Существование накрывающего пространства с заданной фундаментальной группой». Подготовка к собеседованию.	1, 2, 3, 4	16

### 6.1.2. по заочной форме обучения

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
<b>1 семестр</b>	<b>1</b>	<b>Многомерная геометрия</b>		<b>16</b>
1-3	<b>1.1.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>изучение понятий линейной зависимости и независимости системы векторов; понятие базиса, координат вектора относительно данного базиса; понятие подпространства векторного пространства; прямой суммы; рассмотреть свойства операции внешней суммы и операции разности точек; изучить операцию дифференциала отображения и понятие аффинного преобразования; изучить понятие аффинно-евклидова пространства, ортонормированного репера, движения пространств; вывести аналитическое выражение аффинных преобразований, доказать, что множество аффинных преобразований образует группу; вывести аналитическое выражение движения и доказать, что множество всех движений образует группу;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>решение вариативных задач и упражнений</i></li> </ul>	3 (3)	8
4-6	<b>1.2.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>Линейные формы на векторном пространстве. Базис пространства линейных форм, координаты. Формулы преобразования координат. Билинейные формы. Симметрические и кососимметрические формы. Полилинейные формы. Внешние формы. Тензоры;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>решение вариативных задач и упражнений</i></li> </ul>	3 (3)	8
	<b>2</b>	<b>Топология</b>		<b>24</b>
7-9	<b>2.1.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>примеры топологических пространств; перечислить все топологии множества, состоящего из двух и трех элементов; примеры счётных и несчётных множеств; доказать, что подпространство хаусдорфова пространства является хаусдорфовым. Понятие компактного топологического пространства; необходимое и достаточное условие компактности топологического пространства;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>решение вариативных задач и упражнений</i></li> </ul>	1, 2, 3, 4	8
10-12	<b>2.2.</b>	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>работа с учебником;</i></li> </ul> <p>изучение определения непрерывного отображения</p>	1, 2, 3, 4	8

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
		в случае произвольных топологических пространств, в случае метрических пространств и в случае вещественной функции вещественного аргумента; доказать критерий непрерывности отображения; ввести понятие операции склеивания, привести примеры; • <i>решение упражнений по образцу</i>		
13-16	<b>2.3.</b>	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> • <i>работа с учебником;</i> Определение топологического многообразия. Примеры. Понятие карт, атласа. Многообразие с краем. Операция склейки. Примеры. Компактные многообразия, построенные с помощью операции склейки. • <i>решение вариативных задач и упражнений</i>	1, 2, 3, 4	4
17-18	<b>2.4.</b>	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> • <i>работа с учебником;</i> Накрывающие пространства. Группа накрытия. Универсальное накрытие.	1, 2, 3, 4	4
		<b>Выполнение контрольной работы</b>	<b>1, 2, 3, 4</b>	<b>80</b>
		<b>Подготовка к зачету</b>	<b>1, 2, 3, 4</b>	<b>36</b>

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

### Работа с учебником

В учебной работе студенты должны уметь работать с разнообразной по назначению литературой: учебнику, монографией, учебному пособию, хрестоматией, словарями, справочниками, энциклопедиями, научно-популярными, педагогическими и методическими журналами и т.д.

При самостоятельной работе с текстом учебника или учебно-методического пособия следует учитывать, что для того, чтобы хорошо усвоить материал параграфа, как правило, требуется прочитать его несколько раз. *При первом прочтении* следует уяснить для себя название параграфа, разбить его на блоки, составить общее представление об объекте изучения, его свойствах и возможностях использования; уточнить в справочной литературе непонятные слова. *При повторном прочтении* – изучать параграф по выделенным блокам (пунктам), соотнести название пункта с его содержанием, определить значение новых слов и выражений, обратить внимание на даты, имена ученых; выделить главную мысль каждого пункта, по возможности ее конспектируя, составляя таким образом план параграфа; хорошо разобраться в графическом материале учебника: рассмотреть все рисунки, сопоставить их с текстом, обозначениями и сделанными в учебнике выводами, другими словами, прочитать и соотнести приведенные рисунки и графики с текстом; постараться пересказать прочитанный материал, опираясь на разработанный план, при необходимости перечитывая абзацы, вызвавшие наибольшие затруднения. *При чтении параграфа в третий раз:* убедиться, что материал больше не вызывает затруднений, все термины понятны и легко воспроизводимы. Если же трудности всё же возникают – проконсультироваться с преподавателем, с другими учащимися.

При этом достигается базовый уровень усвоения, предусматривающий простое воспроизведение материала.

Чтобы усвоить материал учебника на репродуктивном уровне, дополнительно требуется в процессе чтения выписывать возникающие вопросы по тексту (О чем говорится? Почему происходит именно так? Что из этого следует? Для чего это нужно? Где, когда и как это применяется? Что мне уже об этом известно? С чем из изученного это можно сравнить? Какие параллели (ассоциации) можно провести?); составить схемы, таблицы, графики, привязанные к тексту учебника; сделать анализ не только содержания рисунков, но и сравнить сами рисунки друг с другом и с излагаемым текстом; сравнить аналогичные параграфы учебников различных авторов; сравнение исторических сведений в энциклопедических словарях.

Для продуктивного уровня усвоения – провести параллели с реальной жизнью, с практическим применением полученного знания по изучаемой теме, что видел в музее, в кинофильмах, в других источниках информации; изложить материал в соответствии с разработанным планом; привести свои примеры; составить вопросы, требующие сопоставления информации частей текста; ответить на вопросы, требующие применения информации из текста и знаний, полученных в ходе предшествующего обучения.

Кроме того, полезно:

- фиксировать выводы и вычисления, в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода;
- особое внимание обратить на определение основных понятий курса;
- либо в тетради на специально отведенных полях, либо в документе, созданном на ноутбуке, планшете и др. информационном устройстве, дополнять материал учебника (конспекта лекции);
- отмечать вопросы для консультации с преподавателем;
- выделять в конспекте выводы, полученные в результате изучения, чтобы при перечитывании материала они лучше запомнились.

### **Решение вариативных задач и упражнений**

Подготовка к практическим или лабораторным занятиям предполагает самостоятельное решение задач и выполнение различного рода упражнений, в том числе и по приведенному на лекции или в учебной литературе образцу. В процессе решения нужно обосновывать каждый этап, исходя из теоретических положений курса. Если существует несколько путей решения проблемы (задачи), нужно сравнить их и выбрать наиболее рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками. Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, которого требует условие, по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из условия данной задачи. Полезно решать задачи несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

*Следует отметить*, что для того чтобы практические и семинарские занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение в решении задач, подготовка к семинару проводятся по прочитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует помнить, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения, с которой он излагается на лекциях, материал будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекции, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач, обсуждения вопросов, вынесенных на семинар. Данные условия помогут студенту хорошо усвоить материал, научиться применять его на практике.

### **Самопроверка**

После изучения определенной темы по записям конспекта и учебнику, решения соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно, студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств. В случае необходимости нужно еще раз разобраться в материале. Помните, недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае требуется вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала – умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако правильное решение задачи может получиться и в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

### **Консультации**

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах надо четко выразить, в чем испытываете затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

### **Подготовка к контрольной работе, собеседованию, зачёту**

Чтобы успешно выполнить контрольную работу (пройти собеседование, сдать зачёт), готовиться к ней нужно заранее. Перед контрольной (собеседованием, зачётом) преподаватель обозначает список тем и типовые задачи, которые будут представлены. Внимательно повторите теоретический материал обозначенных тем. Выберите самые сложные для вас вопросы и обязательно в них разберитесь. Потом внимательно просмотрите ход решения задач, выполненных на парах, попросите у преподавателя задания подобного типа и постарайтесь прорешать их. Все вопросы, возникающие по ходу

решения, адресуйте своему преподавателю или человеку, хорошо понимающему эту тему. Выучите все определения и основные формулы, которые могут встретиться на контрольной работе, чтобы в процессе выполнения не испытывать затруднения в трактовке терминов. Итак. Вам будет необходимо держать в памяти примерный ход решения всех образцов задач, рекомендованных к ознакомлению и основную теоретическую базу, требуемую для успешного решения.

Получив свой вариант контрольной работы (вопросы собеседования, вопросы и задачи на зачёте), спокойно сядьте за парту и внимательно прочтите все задания. Начните выполнение с самых простых – тех, которые вы сможете выполнить сходу. Если у вас возникает вопрос, на который вы не знаете ответа и который препятствует дальнейшему продвижению с заданием, бросайте это задание и беритесь за следующее. Как только вы закончите с простыми заданиями, переходите к более сложным, вспомнив основные моменты по их тематике. Попробуйте сопоставить свои знания с тем, что вы видите в своем варианте контрольной (в вопросах собеседования, в вопросах и задачах зачёта). Не торопитесь и не перескакивайте в панике с задания на задание. Увидев задачу, подобие которой вы делали раньше и основной материал по которой вам понятен и известен, составьте мысленный ход ее решения. Если вы ясно себе представляете, что и в какой последовательности делать, приступайте к выполнению. Так следует делать со всеми сложными заданиями.

Если в конце у вас останутся невыполненные задания, не стоит к ним приступать: это время лучше потратить на проверку уже выполненных. Помните, что бывает очень обидно, когда, казалось бы, уже решенные задачи, за которые вы не беспокоитесь, после проверки оказываются выполненными неверно из-за глупых, а порой и смешных ошибок. Лучше убедиться в точности уже выполненных заданий, чем потратить оставшееся время на попытки решить последнюю задачу. В ходе проверки исследуйте всё. Внимательно смотрите за тем, чтобы условия задач были переписаны правильно, не пренебрегайте проверкой арифметических вычислений – именно в них зачастую кроются самые обидные ошибки.

Закончив с проверкой, спокойно сдайте контрольную работу преподавателю (идите беседовать на собеседовании или отвечать на зачёте). Дождитесь дня объявления результатов и там уже делайте все необходимые выводы.

### **Подготовка реферата, мини-исследования**

Результатом исследования, как правило, является выявление взаимосвязи между событиями, закономерности изменений (развития), принцип организации и т.п. уже имеющихся объектов или явлений.

Можно выделить единый алгоритм, отражающий этапность подготовки научно-исследовательской работой (реферата, доклада, мини-исследования): выбор темы исследования, сбор уже имеющейся информации в различных источниках, анализ и обобщение полученных знаний, разработка концепции и планирование исследования, подбор методов и методик проведения, собственно проведение исследования, обработка полученных данных, письменное оформление теоретического и эмпирического материала, представление работы. Таким образом, в самом общем виде структура работы может быть представлена следующими составляющими: титульный лист, содержание, введение, главы основной части, выводы, заключение, использованная литература, приложения.

Титульный лист следует оформлять по определенным правилам. В верхнем поле указывается полное наименование учебного заведения, на базе которого осуществляется исследование (Пензенский государственный университет). В среднем поле – вид научно-исследовательской работы (реферат, доклад, мини-исследование и пр.), далее – дисциплина, по которой выполняется работа (по дисциплине «Геометрия и топология»), затем дается заглавие работы (на тему «...»). После заглавия. Ниже, ближе к правому краю титульного листа, указываются фамилия, имя, отчество, академическая группа исполнителя и далее фиксируется фамилия, имя, отчество, научное звание (если имеется)

и должность руководителя. В нижнем поле указываются местонахождение учебного заведения (г. Пенза) и год написания работы (2028 г.).

Содержание поместите на второй странице, указав в нем названия глав и параграфов с номерами страниц, с которых они начинаются. Заголовки оглавления должны точно повторять название глав и параграфов в тексте. При оформлении заголовки ступеней одинакового уровня необходимо располагать друг под другом. Заголовки каждой последующей ступени смещаются на пять знаков вправо по отношению к заголовкам предыдущей ступени. Все они начинаются с заглавной буквы без точки в конце. Номера страниц фиксируются в правом столбце содержания.

Главы и параграфы нумеруются по многоуровневой системе, то есть обозначаются цифровыми номерами, содержащими во всех ступенях номер своей рубрики и рубрики которой они подчинены. Введение и заключение не нумеруются.

Во введении, фиксируется проблема, актуальность, практическая значимость исследования; определяются объект и предмет исследования; указываются цель и задачи исследования; коротко перечисляются методы работы. Все перечисленные выше составляющие введения должны быть взаимосвязаны друг с другом.

Работа начинается с постановки проблемы, которая способствует определению направления в организации исследования, и представляет собой знания не о непосредственной предметной реальности, а о состоянии знания об этой реальности. Другими словами, при написании Введения вам потребуется ответить на следующие вопросы: С какой большой областью знаний или умений связано твоё исследование? Какой теме оно посвящено? Взаимосвязь каких явлений в этой области ты хочешь исследовать? Почему данная тема представляется тебе актуальной? (современной, нужной в данный момент). Почему данную проблему нужно изучать в настоящее время? В чём её практическая значимость? Кому может пригодиться твоё исследование, кто, когда и где её может использовать? Что нужно изучить из того, что раньше не было изучено? В процессе формулирования проблемы важное значение имеет постановка вопросов и определение противоречий.

После определения *актуальности* Вам необходимо определить *объект* и *предмет* исследования. Предмет исследования более конкретен и даёт представление о том, как новые отношения, свойства или функции объекта рассматриваются в исследовании. Предмет устанавливает границы научного поиска в рамках конкретного исследования. Чётко и конкретно сформулируй *цель*: что ты хочешь получить в результате проделанной работы (укажи основной результат). Под целью, как правило, понимают конечные, научные и практические результаты, которые должны быть достигнуты в итоге его проведения. Теперь определи *задачи*. Они представляют собой все последовательные этапы организации и проведения исследования с начала до конца, т.е., это те шаги, которые тебе нужно совершить, чтобы получить задуманное (реализовать цель). Если ты хочешь сделать хорошее исследование, то тебе необходимо строить задачи по следующим блокам:

- реферативный (узнать, что уже известно по твоей теме), особенно важно найти уже известные определения тех явлений, взаимосвязь которых ты изучаешь,
- реферативно-аналитический (выбери из узкого круга то, что нужно именно тебе исходя из твоей цели, твоего представления о результате.);
- исследовательский – это основная часть твоей работы. Именно в ней собираются данные, которые тебе помогут доказать или опровергнуть гипотезу.
- практический – а вот он может быть, а может и не быть.
- аналитически обобщающий – здесь необходимо оценить всю работу и сделать выводы.

Важным моментом в работе является формулирование *гипотезы*, которая должна представлять собой логическое научно обоснованное, вполне вероятное предположение,

требующее специального доказательства для своего окончательного утверждения в качестве теоретического положения. Тебе нужно будет либо доказать, что твое предположение верно, либо убедиться, что оно неверно и взаимосвязь отсутствует. Гипотеза считается научно состоятельной, если отвечает следующим требованиям: не включает в себя слишком много положений; не содержит не однозначных понятий; выходит за пределы простой регистрации фактов, служит их объяснению и предсказанию, утверждая конкретно новую мысль, идею; проверяема и приложима к широкому кругу явлений; не включает в себя ценностных суждений; имеет правильное стилистическое оформление.

Назови те виды деятельности над научно-исследовательской работой, которые ты будешь использовать (это и будут *средства* и *методы* твоей работы, например: анализ учебной литературы, работа с интернетом, анкетирование, наблюдение и др.). Дай обоснование выбора тех или иных методов и конкретных методик исследования, пропиши сведения о процедуре исследования и ее этапах. При описании методик обязательными данными являются: название методики, автор, показатели и критерии, которые в дальнейшем будут подвергаться статистической обработке.

При оформлении своей работы важно стараться излагать материал последовательно и логично. Следи за тем, чтобы приведенный материал (данные или рассуждения) был либо подтверждением выше изложенного, либо его примером, либо дальнейшим развитием предложенной в нем идеи, старайся строить даже описание по обзору литературы, а особенно собственные полученные данные как рассуждения с обязательными выводами и обобщениями по всем смысловым частям (представил историческую справку – сделай вывод, к примеру, о возможных общих направлениях), научись правильно использовать выражения: «мы можем заметить такие особенности...», «из приведенных данных следует...», «сопоставляя факты, приходим к выводу...», «противоположным примером может служить...», «были выявлены такие закономерности...», которые позволяют сделать вывод о том, что...», «доказательством может служить...», «было интересно обнаружить...», «имеет смысл обратить внимание...», «такая постановка цели определяет следующие задачи...», «в качестве примера можно привести...», «иллюстрацией к предположению является...», «исключением является...», «логично предположить...», «приведенные данные подтверждают (опровергают) ...» и другие.

*Главы основной части* посвяти раскрытию содержания исследования. Первую главу основной части работы построй на основе анализа научной литературы. Учтите, что основные подходы к изучаемой проблеме, изложенные в литературе, должны быть критически проанализированы и сопоставлены. По итогам анализа сделайте соответствующие обобщения и выводы. Постарайтесь определить, уточнить используемые в работе термины и понятия; изложить основные подходы, направления исследования по изучаемой проблеме, выявить, что известно по данному вопросу в науке, а что нет, что доказано, но недостаточно полно и точно; обозначьте виды, функции, структуру изучаемого явления; перечислить особенности формирования (факторы, условия, механизмы, этапы) и проявления изучаемого явления. При написании основной части работы желательно каждый раздел завершать кратким резюме, что облегчит логический переход к последующим разделам. Структура главы может быть представлена несколькими параграфами и зависит от темы, степени разработанности проблемы, от вида работы обучающегося. После этого в работе приведите полученные результаты исследования, таблицы, графики и пр.. Если таблицы громоздкие, лучше вынесите их в приложение.

*Раздел экспериментальной части* работы завершите интерпретацией полученных результатов. Описание результатов давайте поэтапно, относительно ключевых моментов исследования. Анализ экспериментальных данных завершите выводами, учитывая, что они должны являться следствием данного исследования и не требовать дополнительных



измерений; должны соответствовать поставленным задачам; должны формулироваться лаконично, не иметь большого количества цифрового материала; не должны содержать общеизвестных истин, не требующих доказательств.

Изложение содержания работы подытожьте *заключением*, которое представляет собой краткий обзор выполненного исследования. В нем Вы можете вновь обратиться к актуальности исследования в целом, дать оценку эффективности выбранного подхода, подчеркнуть его перспективность. Заключение не должно представлять собой механическое суммирование выводов, находящихся в конце каждой главы основной части. Оно должно содержать то новое, существенное, что составляет итоговые результаты исследования.

После заключения оформите *Приложение* и *Список использованных источников*. В приложении размещаются материалы объемного характера. Туда можно отнести первичные таблицы, графики, историческую справку и др. По своему содержанию приложения могут быть разнообразного плана: справочники, нормативно-правовая документация и т.д.

Список использованных источников следует оформить в соответствии с ГОСТом.

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

#### *Контроль освоения компетенций*

*по очной форме обучения*

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	собеседование	Тема 1.1. Многомерные пространства Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы Тема 2.1. Топологические пространства Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы Тема 2.3. Топологические многообразия Тема 2.4. Накрывающие пространства	ПК-3,5, ОПК-2
2	реферат	Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы	ПК-3,5, ОПК-2
3	мини-исследование	Тема 1.1. Многомерные пространства Тема 2.1. Топологические пространства Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы Тема 2.3. Топологические многообразия Тема 2.4. Накрывающие пространства	ПК-3,5, ОПК-2
4	контрольная работа	Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы	ПК-3,5, ОПК-2
5	зачёт	Тема 1.1. Многомерные пространства Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы Тема 2.1. Топологические пространства Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы Тема 2.3. Топологические многообразия Тема 2.4. Накрывающие пространства	ПК-3,5, ОПК-2

*по заочной форме обучения*

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	контрольная работа	Тема 1.1. Многомерные пространства Тема 1.2. Линейные и полилинейные формы	ПК-3,5, ОПК-2
2	зачёт	Тема 2.1. Топологические пространства Тема 2.2. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы Тема 2.3. Топологические многообразия Тема 2.4. Накрывающие пространства	ПК-3,5, ОПК-2

## Вопросы и задания для контроля работы студентов

### Темы контрольных работ

1. Многомерные пространства. Линейные и полилинейные формы.

### Примерный перечень вопросов к собеседованию

1. Определение векторного пространства.
2. Понятие аффинного пространства.
3. Формулы преобразования аффинных координат.
4. Понятие евклидова пространства.
5. Группа аффинных преобразований.
6. Группа линейных преобразований.
7. Группа изометрий.
8. Определение линейной формы на векторном пространстве. Дуальное векторное пространство. Базис.
9. Формулы преобразования координат линейной формы.
10. Определение полилинейной формы. Операции над полилинейными формами.
11. Внешние формы. Внешнее произведение внешних форм.
12. Определение понятия тензора.
13. Операции над тензорами.
14. Определение топологического пространства. Примеры.
15. Открытые и замкнутые множества. Примеры.
16. Отделимые топологические пространства.
17. Связные топологические пространства.
18. Компактные топологические пространства.
19. Непрерывные отображения топологических пространств. Примеры.
20. Гомеоморфизмы. Предмет топологии.
21. Вложение и погружение.
22. Понятие  $n$ -мерного многообразия.
23. Многообразие с краем. Операция склеивания.

### Примерный перечень вопросов к зачёту

1. Векторные, аффинные и евклидовы  $n$ -мерные пространства.
2. Системы координат. Формулы преобразования координат некоторых геометрических объектов.
3. Группы линейных, аффинных и изометрических преобразований.
4. Линейные формы на векторном пространстве. Базис пространства линейных форм, координаты. Формулы преобразования координат.
5. Билинейные формы. Симметрические и кососимметрические формы.
6. Полилинейные формы. Примеры.
7. Внешние формы.
8. Тензоры.
9. Топологическая структура. Открытые и замкнутые множества. Подпространства.
10. Хаусдорфовы пространства. Примеры. Операция предельного перехода.
11. Связные и несвязные топологические пространства. Примеры.
12. Компактные топологические пространства. Примеры.
13. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Примеры.
14. Гомеоморфизмы. Примеры топологически эквивалентных пространств. Предмет топологии.
15. Вложения и погружения. Примеры.
16. Определение топологического многообразия. Примеры. Понятие карт, атласа.

17. Многообразие с краем. Операция склейки. Примеры.
18. Компактные многообразия, построенные с помощью операции склейки.
19. Накрывающие пространства. Примеры.
20. Группа накрытия. Примеры.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Геометрия и топология»

### а) основная литература

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч. Ч.2 – М.: Просвещение, 1987 – 352 с.  
*Переиздано:* Атанасян, Левон Сергеевич. Геометрия [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие. Ч. 2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2013. - 422 с.: ил. - ISBN 978-5-406-03163-6
2. Паньженский В.И. Введение в дифференциальную геометрию: Учеб. Пособие для вузов/ В.И. Паньженский: М-во образ. и науки РФ, Пенз. гос. пед. ун-т им. В.Г. Белинского. – Пенза, 2008. – 219 с.  
*Переиздано:* [Паньженский В.И. Введение в дифференциальную геометрию: учебное пособие. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2015. – 218 с. – \(Учебники для вузов. Специальная литература\) ISBN 978-5-8114-1979-1](#)
3. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии: учебник/ А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. – изд. 3-е, перераб. и доп. – СПб.: Лань, 2010, — 502 с. – (учебник для вузов. Специальная литература). – (В пер.)
4. [Сорокина, М. В. Основы топологии и дифференциальной геометрии в упражнениях и задачах/ М. В. Сорокина/ Учеб- ное пособие для студентов педагогических вузов. – Пенза: Пензенский гос. пед. ун-т им. В. Г. Белинского, 2008 – 80 с.](#)

### б) дополнительная литература

1. Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии, т. I: Пер. с англ. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. - 344 с.
2. Дубровин, Борис Анатольевич и др. Современная геометрия: Методы и приложения: [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. ун-тов] / Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. – М.: Наука, 1979. - 759 с.: ил.; 22 см.  
*Переиздано:* Дубровин, Борис Анатольевич и др. Современная геометрия: Методы и прил. : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. ун-тов] / Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. - 2-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. - 759 с.: ил.; 23 см.
3. [Якунина, О.В. Многомерная геометрия : учеб. пособие / О. В. Якунина. — Пенза : Изд-во ПГУ, 2013. — 156 с. ISBN 978-5-94170-592-4](#)

### в) современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

№ п./п.	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru/lib/cat/top">http://www.math.ru/lib/cat/top</a>	Сайт посвящён Математике (и математикам). Этот сайт – для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. На сайте вы найдёте <a href="#">книги</a> , <a href="#">видео-лекции</a> ,

№ п./п.	Название	Электронный адрес	Содержание
			занимательные <a href="#">математические факты</a> , различные по уровню и тематике <a href="#">задачи</a> , отдельные <a href="#">истории из жизни учёных</a> Раздел «Топология».
2.	<b>Математика</b>	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	Раздел «Математика» развернут для тематической поддержки <a href="#">образовательного портала MultiRing.ru</a> , профессионального сервиса подготовки к ЕГЭ онлайн <a href="#">College.ru</a> и инновационной системы дистанционного обучения «Облако знаний».
3.	<b>Geometry.ru</b>	<a href="http://geometry.ru/books.php">http://geometry.ru/books.php</a>	посвящен в основном элементарной геометрии. Раздел «Книги», «Статьи», «Олимпиады»

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Геометрия и топология»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

– мультимедийные средства обучения геометрии (компьютер и проектор; интерактивная доска; Интернет - ресурсы).

Лицензионное программное обеспечение: - «Microsoft Windows»; - «Microsoft Office 2007»; - «Антивирус Касперского».

Свободно распространяемое программное обеспечение: Mozilla Fire-fox; Google Chrome, Acrobat Reader 9



Рабочая программа дисциплины «Геометрия и топология» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование.

Программу составили:

1. Паньженский В.И., профессор, к.ф.-м.н., зав.кафедрой «МО»
2. Сурина О.П., доцент, к.ф.-м.н., доцент «МО»

  
(подпись)  
  
(подпись)

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры «Математическое образование»


Протокол № 3

от "4" октября 2018 года

Зав. кафедрой «МО»

  
В.И. Паньженский  
(подпись)

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Информатика и методика обучения информатике и математике»

  
М.А. Родионов  
(подпись)

Программа одобрена методической комиссией ФФМЕН

Протокол № 2

от "15" 10 2018 года

Председатель методической комиссии  
ФФМЕН

  
М.А. Родионов  
(подпись)