

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет физико-математических и естественных наук

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

С.В. Титов

« 17 » октября 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

М1.2.3 Математический анализ и его приложения

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Магистерская программа Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника – Магистр

Форма обучения очная, заочная

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «**Математический анализ и его приложения**» является формирование и развитие у студентов профессиональных и общекультурных компетенций, формирование систематизированных знаний в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках. Формирование умений и навыков в области математического анализа и его основных методов, позволяющих подготовить конкурентоспособного выпускника для сферы образования, готового к их инновационной творческой реализации в образовательных учреждениях различного уровня и профиля.

Задачи изучаемой дисциплины:

Исходя из общих целей подготовки магистра педагогического образования по магистерской программе «Математическое образование»:

- Содействовать средствами дисциплины «Математический анализ и его приложения» углублению фундаментальной и профессиональной подготовки специалистов в области математического образования, владеющих современными знаниями и технологиями, необходимыми для научно-исследовательской и педагогической деятельности в образовательных учреждениях различного уровня и профильной направленности.

Исходя из конкретного содержания дисциплины:

- сформировать систему знаний и умений в области математического анализа, необходимых для применения в будущей профессиональной деятельности, при изучении смежных дисциплин, проведении научных исследований;
- познакомить студентов с приложениями математического анализа в естественных науках;
- научить студентов доказательно рассуждать, выдвигать гипотезы и их обосновывать;
- научить поиску, систематизации и анализу информации, используя разнообразные информационные источники, включая учебную и справочную литературу;
- научить использовать информационные технологии в будущей профессиональной деятельности

1. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратура

Дисциплина «Математический анализ и его приложения» входит в вариативную часть ОПОП магистратуры.

Для усвоения дисциплины «Математический анализ и его приложения» Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математика», «Информатика» на предыдущем уровне образования. Дисциплина «Математический анализ и его приложения», наряду с дисциплинами «Линейные алгебры» и «Геометрия и топология», является фундаментом высшего математического образования.

В результате изучения данных дисциплин обучающийся должен:

знать основные понятия и строгие доказательства фактов основных разделов курса оснований математического анализа;

уметь применять теоретические знания к решению задач по курсу;

владеть:

различными приемами использования идеологии курса оснований математического анализа к доказательству теорем и решению задач школьного курса;

навыками корректного использования терминологии курса математического анализа, навыками изложения доказательств и утверждений анализа;

навыками использования математических моделей в решении практических задач;

Освоение данной дисциплины является основой для подготовки к изучению дисциплин «Непрерывные математические модели» и «Современные методы математического анализа», а также для подготовки к итоговой государственной аттестации.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математический анализ и его приложения»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
Общекультурные компетенции		
ОПК-2	Готовность использовать знания современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • современные проблемы науки и образования. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • использовать знания современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • современными методами науки при решении образовательных и профессиональных задач.
Профессиональные компетенции		
ПК-3	Способность руководить исследовательской работой учащихся	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основные этапы исследовательской работы. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • руководить исследовательской работой учащихся <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основными методами исследовательской работы
ПК-5	Способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основные методы анализа результатов научных исследований. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • анализировать результаты научных исследований и применять при решении конкретных образовательных и исследовательских задач. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • методами научных исследований.

4. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ и его приложения»

4.1.1. Структура дисциплины по очной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетные единицы, 216 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)										Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)			
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа						собеседование	коллоквиум	контрольная работа	реферат
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе	Подготовка к контрольной работе	Подготовка к коллоквиуму, собеседованию	Подготовка к экзамену				
1.	Раздел 1. Мощность множества.	2	1-4	12	4	8		54	24	20	0	10					
1.1.	Тема 1.1. Теория действительного числа		1-2	6	2	4		22	12			10		2			
1.2.	Тема 1.2. Понятие мощности множества		3-4	6	2	4		32	12	20							4
2.	Раздел 2. Интеграл и мера Лебега		5-12	24	8	16		90	48	0	12	30					
2.1	Тема 2.1. Мера Лебега		5-7	6	2	4		22	12			10		6			
2.2	Тема 2.2. Интеграл Лебега		8-9	12	4	8		34	24			10			8		
2.3	Тема 2.3. Ряды Фурье		10-12	6	2	4		34	12		12	10		12		11	
	Общая трудоемкость в часах: 216 час.			36	12	24		180	72	20	12	40	36	Промежуточная аттестация			
														Форма экзамен	Семестр		
															2		

4.1.2 Структура дисциплины по заочной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетные единицы, 216 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)										Формы контроля успеваемости (промежуточная аттестация)					
			Аудиторная работа				Самостоятельная работа						контрольная работа	зачет	экзамен	курсовая работа (проект)	др.	
			Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Выполнение контрольной работы	Курсовая работа	Подготовка к зачету	Подготовка к экзамену						
1.	Раздел 1. Мощность множества	2	12	4	8		8	8	--	--	--	--						
1.1.	Тема 1.1. Теория действительного числа		8	2	6		6	6										
1.2.	Тема 1.2. Понятие мощности множества		4	2	2		2	2										
2.	Раздел 2. Интеграл и мера Лебега	2	14	6	8		8	8	---	---	---	---						
2.1	Тема 2.1. Мера Лебега		4	2	2		2	2										
2.2	Тема 2.2. Интеграл Лебега		6	2	4		4	4										
2.3	Тема 2.3. Ряды Фурье		4	2	2		2	2					2		2			
	Общая трудоемкость, в часах: 216 час.		26	10	16		181	16	129	--	--	36	Промежуточная аттестация					
												Форма	Семестр					
												Зачет	---					
												Экзамен	2					

4.2. Содержание дисциплины

Раздел 1. Мощность множества.

Тема 1.1. Теория действительного числа

Действительные числа и их свойства. Аксиоматическое построение. Модуль действительного числа. Числовые множества.

Функции и их свойства. График функции. Операции над функциями. Композиция функции, обратная функция.

Последовательность, предел последовательности. Аксиома непрерывности. Верхняя и нижняя грань множества. Принцип вложенных отрезков. Предел монотонной последовательности. Число “Е”. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Тема 1.2. Понятие мощности множества

Мощность множества. Счетные и несчетные множества. Счетность рациональных чисел. Основные теоремы. Несчетность множества действительных чисел и связанные с этим теоремы.

Множества мощности. Континуум. Теорема о мощности промежуточного множества.

Теорема Кантора-Берштейна. Теорема о существовании сколь угодно большей мощности.

Строение замкнутых и открытых множеств на числовой прямой.

Совершенные множества. Канторово совершенное множество. Мера и мощность замкнутых и совершенных множеств.

Раздел 2. Интеграл и мера Лебега

Тема 2.1. Мера Лебега

Множества измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах.

Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. Последовательность измеримых функций. Теоремы Лузгина и Егорова.

Тема 2.2. Интеграл Лебега

Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства. Предельный переход под знаком интеграла.

Сравнение интегралов Римана и Лебега. Восстановление первообразной для ограниченной функции. Интеграл произвольной неотрицательной функции. Суммируемые функции.

Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства.

Тема 2.3. Ряды Фурье

Пространства L_1 и L_2 . Ортогональные системы функции. Тригонометрические свойства. Ряды Фурье.

Разложение кусочно-гладкой функции в тригонометрический ряд Фурье. Равенство Парсеваля.

Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. Примеры разложения функции в ряд Фурье.

Решение уравнений свободных колебаний струны с закрепленными концами. Метод Фурье.

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины «Математический анализ и его приложения», при проведении аудиторных занятий, используются технологии традиционных и нетрадиционных учебных занятий.

Технология традиционного обучения предусматривает такие методы и формы изучения материала как лекция, лабораторные занятия, практические занятия:

- информационная лекция:

Тема 1.1. Теория действительного числа

Тема 1.2. Понятие мощности множества

- проблемная лекция:

Тема 2.1. Мера Лебега;

тема 2.2. Интеграл Лебега;

- лекция-визуализация:

тема 2.3. Ряды Фурье;

Практические занятия направлены на формирование у студентов умений и навыков решения задач, в том числе с практическим содержанием и исследовательских задач. В ходе проведения практических занятий используются задания учебно-тренировочного характера и задания творческого характера.

При изучении дисциплины «Математический анализ и его приложения», используются активные и интерактивные технологии обучения, такие как:

- технология сотрудничества, включающая *работу в малых группах* (тема 2.2. Интеграл Лебега; тема 2.3. Ряды Фурье;

- медиатехнология (подготовка и демонстрация презентаций);

- кейс-технология (проблемный метод, работа в парах и группах).

Нетрадиционные учебные занятия проводятся в форме тренинга, занятий-соревнований (заключительные практические занятия по изучаемым темам).

Занятия, проводимые в интерактивной форме, в том числе с использованием интерактивных технологий составляют 25% от общего количества аудиторных занятий.

Самостоятельная работа студентов подразумевает работу под руководством преподавателя (консультации, коллоквиумы) и индивидуальную работу студента, выполняемую, в том числе, в компьютерном классе с выходом в сеть «Интернет» на физико-математическом факультете университета.

При реализации образовательных технологий используются следующие виды самостоятельной работы:

- работа с конспектом лекции;

- работа с учебником;

- решение задач и упражнений по образцу;

- решение вариативных задач и упражнений;

• поиск информации в сети «Интернет» и дополнительной и справочной литературе;

- мини-исследование;

- подготовка к сдаче экзамена.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

6.1.Самостоятельная работа студента.

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
1-4	1	Мощность множества		54
1-2	1.1.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Действительные числа и их свойства. Аксиоматическое построение. Модуль действительного числа. Число элементов множества. • <i>работа с учебником:</i> изучение тем: «Операции над действительными числами», «Несчетные множества». <i>Решение задач и упражнений по образцу.</i> <i>Решение вариативных задач и упражнений.</i> <i>Подготовка к собеседованию.</i> 	1-4 (1,2)	22
3-4	1.2.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекции:</i> Доказательство теорем Кантора и Банаха о промежуточной мощности • <i>работа с учебником:</i> Изучение вопросов о мощности разных множеств. <i>Решение задач и упражнений по образцу.</i> <i>Решение вариативных задач и упражнений.</i> <i>Подготовка реферата.</i> 	1-4 (1,2)	32
5-12	2	Интеграл и мера Лебега		90
5-7	2.1.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекции:</i> Сравнение интегралов Римана и Лебега. Восстановление первообразной для ограниченной функции. Интеграл произвольной неотрицательной функции. Суммируемые функции. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса: Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. <i>Решение задач и упражнений по образцу.</i> <i>Решение вариативных задач и упражнений.</i> <i>Подготовка к собеседованию.</i> 	1-4 (1,2)	22

8-9	2.2.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекции:</i> <p>Пространства L_1 и L_2. Ортогональные системы функции. Тригонометрические свойства. Ряды Фурье.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с учебником:</i> <p>изучение тем: «Пространства L_1 и L_2 .».</p> <p><i>Решение задач и упражнений по образцу.</i></p> <p><i>Решение вариативных задач и упражнений.</i></p> <p><i>Подготовка к коллоквиуму.</i></p>	1-4 (1,2)	34
10-12	2.3	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекции:</i> <p>Примеры разложения функции в ряд Фурье. Решение уравнений свободных колебаний струны с закрепленными концами. Метод Фурье.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с учебником:</i> <p>изучение вопроса:</p> <p>Метод Фурье для. уравнений свободных колебаний струны с закрепленными концами.</p> <p><i>Решение задач и упражнений по образцу.</i></p> <p><i>Решение вариативных задач и упражнений.</i></p> <p><i>Подготовка к контрольной работе.</i></p> <p><i>Подготовка к собеседованию.</i></p>	1-4 (1,2)	34
		<i>Подготовка к экзамену</i>	1-4 (1,2)	36

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Работа с литературой

Самостоятельная работа с учебниками и книгами, самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях – важнейшее условие формирования у студента научного способа познания. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги. Изучая материал по учебной книге (учебнику, учебному пособию, монографии, хрестоматии и др.), следует переходить к следующему вопросу только после полного уяснения предыдущего, фиксируя выводы и вычисления, в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода. Особое внимание студент должен обратить на определение основных понятий курса. Надо подробно разбирать примеры, которые поясняют определения, и приводить аналогичные примеры самостоятельно. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебной книге полезно либо в тетради на специально отведенных полях, либо в документе, созданном на ноутбуке, планшете и др. информационном устройстве, дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем. Выводы, полученные в результате изучения учебной литературы, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы при перечитывании материала они лучше запоминались.

Методические рекомендации студенту по составлению конспекта:

Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите

главное, составьте план. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи надо распределять в определенной последовательности, отвечающей логической структуре текста. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Подготовка к практическим занятиям

Для того чтобы практические и семинарские занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение в решении задач, подготовка к семинару проводятся по прочитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует помнить, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения, с которой он излагается на лекциях, материал будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекции, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач, обсуждения вопросов, вынесенных на семинар. Данные условия помогут студенту хорошо усвоить материал, научиться применять его на практике.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если существует несколько путей решения проблемы (задачи), нужно сравнить их и выбрать наиболее рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками. Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, которого требует условие, по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из условия данной задачи. Полезно решать задачи несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка. После изучения определенной темы по записям конспекта и учебнику, решения соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно, студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств. В случае необходимости нужно еще раз разобраться в материале. Помните, недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. Если это имеет место быть, надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала – умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако правильное решение задачи может получиться и в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации. Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах надо четко выразить, в чем испытываете затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Подготовка к контрольной работе, экзамену

Контрольная работа – это средство контроля, организованное как специальная форма учебного процесса, связанная с изучаемой дисциплиной, и рассчитанная на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Контрольная работа проводится по индивидуальным заданиям. Оценивание преподавателем проводится после окончания контрольной работы.

При подготовке к экзамену вначале надо просмотреть материал по всем вопросам сдаваемой дисциплины, далее отметить для себя наиболее трудные вопросы и обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов. Итак, систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для структурирования знаний.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1,2	Контрольная работа	Мощность множества. Счетные и несчетные множества. Счетность рациональных чисел. Основные теоремы. Несчетность множества действительных чисел и связанные с этим теоремы. Множества мощности. Континуум. Теорема о мощности промежуточного множества. Теорема Кантора-Берштейна. Теорема о существовании сколь угодно большей мощности.	ОПК-2, ПК-3, 5
3,4	Экзамен	Ряды Фурье	ОПК-2, ПК-3, 5

Вопросы к коллоквиуму

1. Определение интеграла Лебега от ограниченной функции
2. Свойства интеграла Лебега.
3. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
4. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
5. Восстановление первообразной для ограниченной функции.
6. Интеграл от произвольной неотрицательной функции.
7. Суммируемые функции.
8. Понятие метрического пространства.
9. Полные метрические пространства.

Примерные варианты контрольных работ

Вариант 1

1. Множество $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{N}\}$

1) конечно 2) счетно 3) несчетно

2. Мера Лебега множества $E = (0; 1) \cup \{2; 3; 7\}$ равна

1) 1 2) 4 3) 2 4) 0

3. Функция с периодом $T = 2\pi$ задана на $(-\pi; \pi)$

формулой $f(x) = x^2 - \cos x + 1$. Её ряд Фурье имеет вид

$$1) \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \qquad 2) \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

Вариант 2

1. Множество $\{(a; b) \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$

1) конечно 2) счетно 3) несчетно

2. Мера Лебега множества $E = \mathbb{Z} \cup \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 5\right)$ равна

1) 1 2) 4 3) 2 4) 0

3. Функция с периодом $T = 2\pi$ задана на $(-\pi; \pi)$

формулой $f(x) = x^2 - \cos x + 1$. Её ряд Фурье имеет вид

$$1) \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \qquad 2) \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

Вариант 3

1. Множество $\{x^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$

1) конечно 2) счетно 3) несчетно

2. Мера Лебега множества $E = (1 + \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}) \cup \mathbb{N}$ равна

1) 1 2) 4 3) 2 4) 0

3. Функция с периодом $T = 2\pi$ задана на $(-\pi; \pi)$

формулой $f(x) = \sin 3x + x$. Её ряд Фурье имеет вид

$$1) \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \qquad 2) \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

Вариант 4

1. Множество $\{x + 2^y \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$

1) конечно 2) счетно 3) несчетно

2. Мера Лебега множества $E = \mathbb{Z}$ равна

1) 1 2) 4 3) 2 4) 0

3. Функция с периодом $T = 2\pi$ задана на $(-\pi; \pi)$

формулой $f(x) = \sin 3x + x$. Её ряд Фурье имеет вид

$$1) \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \qquad 2) \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

Вопросы к экзамену

1. Действительные числа и их свойства. Аксиоматическое построение. Модуль действительного числа. Числовые множества
2. Функции и их свойства. График функции. Операции над функциями. Композиция функции, обратная функция.
3. Последовательность, предел последовательности. Аксиома непрерывности. Верхняя и нижняя грань множества. Принцип вложенных отрезков. Предел монотонной последовательности. Число "Е". Теорема Больцано-Вейерштрасса.
4. Мощность множества. Счетные и несчетные множества. Счетность рациональных чисел. Основные теоремы. Несчетность множества действительных чисел и связанные с этим теоремы.
5. Множества мощности. Континуум. Теорема о мощности промежуточного множества.
6. Теорема Кантора-Берштейна. Теорема о существовании сколь угодно большей мощности.
7. Строение замкнутых и открытых множеств на числовой прямой.
8. Совершенные множества. Канторово совершенное множество. Мера и мощность замкнутых и совершенных множеств.
9. Множества измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах.
10. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. Последовательность измеримых функций. Теоремы Лузгина и Егорова.
11. Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства. Предельный переход под знаком интеграла.
12. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Восстановление первообразной для ограниченной функции. Интеграл произвольной неотрицательной функции. Суммируемые функции.
13. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства.
14. Пространства L_1 и L_2 . Ортогональные системы функции. Тригонометрические свойства. Ряды Фурье.
15. Разложение кусочно-гладкой функции в тригонометрический ряд Фурье. Равенство Парсеваля.
16. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. Примеры разложения функции в ряд Фурье.
17. Решение уравнений свободных колебаний струны с закрепленными концами. Метод Фурье.

Основная литература:

1. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин Элементы теории функции и функционального анализа, М., 2002 <https://e.lanbook.com/book/2206>
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа, ч.1, Спб, Лань, 2015 (в библиотеке ПГУ 49 экз.)
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа, ч.2, Спб, Лань, 2008 (в библиотеке ПГУ 49 экз.)
4. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа , Спб, Лань, 2010 (в библиотеке ПГУ 97 экз.)

Дополнительная литература:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : решение типичных и трудных задач СПб. : Лань, 2011. (в библиотеке ПГУ 24 экз.)
2. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч.2. Минск : Высшэйшая школа, 2009. (в библиотеке ПГУ 24 экз.)

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Лицензионное программное обеспечение:

- «Microsoft Windows»;
- «Microsoft Office 2007»;
- «Антивирус Касперского».

Свободно распространяемое программное обеспечение: Mozilla Fire-fox; Google Chrome, Acrobat Reader 9

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	http://www.math.ru/lib/cat/	Каталог книг, журналов, лекций, посвященных различным разделам математики
2.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование	http://www.edu.ru/documents/ http://www.edu.ru/abitur/act.82/index.php	Нормативно-правовая база: ФГОСы и другие документы, связанные с российским образованием.
5.	ЭБС Лань	https://e.lanbook.com/books https://e.lanbook.com/journals#ebs_journal https://e.lanbook.com/vkrs#ebs_vkr	Электронно-библиотечная система: коллекции книг ведущих издательств учебной и научной литературы, а также вузовских издательств, раздел математика.
6.	ЭБС ВООК.ru	http://www.book.ru	ВООК.ru — электронно-библиотечная система, которая содержит учебные и научные издания от преподавателей ведущих вузов России. Фонд электронной библиотеки комплектуется на основании новых ФГОС ВО, СПО.
7.	Библио-комплектатор	http://www.bibliocomplectator.ru/collections	Систематизированный каталог учебной литературы для высшего и среднего образования, периодических изданий, электронных учебников и пособий для школьного образования, мультимедийных материалов и научных иностранных изданий.
8.	MathSolution.ru	http://www.mathsolution.ru/books/ http://www.mathsolution.ru/ref-list/37	Список учебников и каталог рефератов, посвященных решению различных математических задач, а также список некоторых задач с кратким описанием методов их решения.
9.	Электронная библиотека ПГУ	https://elib.pnzgu.ru/category/1	Раздел Физико-математические науки Электронной библиотеки пензенского государственного университета

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Математический анализ и его приложения»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

- мультимедийные средства обучения математического анализа (компьютер и проектор; интерактивная доска; Интернет - ресурсы).

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ и его приложения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование.

Программу составили:

1. Паньженский В.И., профессор, к.ф.-м.н., зав.кафедрой «МО»
2. Сурина О.П., доцент, к.ф.-м.н., доцент «МО»
3. Яремко Н.Н., д.п.н., профессор кафедры «МО»


(подпись)

(подпись)

(подпись)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математическое образование»

Протокол № 3

от " 4 " октября 2018 года

Зав. кафедрой «МО»


В.И. Паньженский
(подпись)

Программа согласована с заведующим
выпускающей кафедрой «Информатика
и методика обучения информатике и математике»


М.А. Родионов
(подпись)

Программа одобрена методической комиссией ФФМЕН

Протокол № 2

от " 15 " 10 2018 года

Председатель методической комиссии
ФФМЕН


М.А. Родионов
(подпись)