

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет физико-математических и естественных наук

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

С.В. Титов



«14» октября 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

М1.2.11.2 Современные методы математического анализа

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Магистерская программа Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника – Магистр

Форма обучения очная, заочная

Пенза – 2018

1. Цели освоения дисциплины.

Целью освоения дисциплины «Современные методы математического анализа» является формирование и развитие у студентов общепрофессиональных и профессиональных компетенций, формирование систематизированных знаний в области функционального анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках. Формирование умений и навыков в области функционального анализа, освоение его основных методов, позволяющих подготовить конкурентоспособного выпускника, готового к их инновационной творческой реализации в учреждениях различного уровня и профиля.

Задачи изучаемой дисциплины:

Исходя из общих целей подготовки магистров по направлению «Педагогическое образование»

- содействовать средствами дисциплины «Современные методы математического анализа» развитию у студентов профессионального мышления, коммуникативной готовности, общей культуры;
- научить студентов ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме.

Исходя из конкретного содержания дисциплины:

- сформировать систему знаний и умений в области функционального анализа, необходимых для применения в будущей профессиональной деятельности, при изучении смежных дисциплин, проведении научных исследований;
- познакомить студентов с приложениями функционального анализа;
- научить студентов доказательно рассуждать, выдвигать гипотезы и их обосновывать;
- научить поиску, систематизации и анализу информации, используя разнообразные информационные источники, включая учебную и справочную литературу.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина «Современные методы математического анализа» относится к дисциплинам по выбору. Изучение данной дисциплины базируется на знании курса «Математический анализ», «Алгебра», «Математический анализ и его приложения», изучаемых ранее. Дисциплина «Современные методы математического анализа», наряду с дисциплинами «Группы и алгебры Ли», «Риманова Геометрия», является основой для подготовки к итоговой государственной аттестации.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Современные методы математического анализа».

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
ОПК-2	Готовность использовать знания современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • современные проблемы науки и образования. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • использовать знания современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • современными методами науки при решении образовательных и профессиональных задач.
ПК-3	Способность руководить исследовательской работой учащихся	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основные этапы исследовательской работы. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • руководить исследовательской работой учащихся <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основными методами исследовательской работы
ПК-5	Способность анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основные методы анализа результатов научных исследований. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • анализировать результаты научных исследований и применять при решении конкретных образовательных и исследовательских задач. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • методами научных исследований.

4. Структура и содержание дисциплины «Современные методы математического анализа»

4.1.1 Структура дисциплины по очной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 часа.

№ п/ п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (<i>по неделям семестра</i>)			
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа					собеседование	коллоквиум	тест	контрольная работа
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к тесту	Подготовка к контрольной работе, коллоквиуму	Подготовка к аудиторным занятиям	Подготовка к коллоквиуму, собеседованию				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	Тема 1. Теория меры Лебега.	3	1-2	2		2		2			2					
2	Тема 2. Теория интеграла Лебега.	3	3-4	2		2		6	4		2				4	
3	Тема 3. Метрические пространства.	3	5-6	2		2		2			2					
4	Тема 4. Принцип сжимающих отображений	3	7-8	2		2		2			2					
5	Тема 5. Нормированные и евклидовы пространства.	3	9	4		4		10			2	8	9			
6	Тема 6. Линейные операторы и линейные функционалы.	3	10	4		4		2			2					
7	Тема 7. Обобщенные функции.	3	11	4		4		10		8	2			11		
8	Тема 8. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.	3	12	4		4		2			2					
9	Тема 9. Теорема о неподвижной точке.	3	13-14	4		4		8		6	2					
	Общая трудоемкость в часах			28		28		44	4	14	18	8	Промежуточная аттестация			
													Форма	Семестр		
													Зачет	3 семестр		

4.1.2 Структура дисциплины по заочной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы контроля успеваемости (промежуточная аттестация)								
			Аудиторная работа				Самостоятельная работа				контрольная работа	зачет	экзамен	курсовая работа (проект)	др.				
			Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Выполнение контрольной работы	Курсовая работа						Подготовка к зачету	Подготовка к экзамену		
1	Тема 1. Теория меры Лебега.	3			2		6												
2	Тема 2. Теория интеграла Лебега.				2		6												
3	Тема 3. Метрические пространства.				2		6												
4	Тема 4. Принцип сжимающих отображений				2		6												
5	Тема 5. Нормированные и евклидовы пространства.				2		6												
6	Тема 6. Линейные операторы и линейные функционалы.				2		6												
7	Тема 7. Обобщенные функции.				2		6												
8	Тема 8. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.				1		5												
9	Тема 9. Теорема о неподвижной точке.				1		5							4					
	Общая трудоемкость, в часах: 72 час.				16		52				4			Промежуточная аттестация					
													Форма	Семестр					
													Зачет	4					
													Экзамен	---					

...

4.2. Содержание дисциплины.

Тема 1. Теория меры Лебега. Понятие мощности множества. Счетные и несчетные множества. Множества, измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. Последовательность измеримых функций. Теоремы Лузина и Егорова.

Тема 2. Теория интеграла Лебега. Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Восстановление первообразной для ограниченной функции. Интеграл Лебега от произвольной неотрицательной функции. Суммируемые функции.

Тема 3. Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства. Компактность в метрических пространствах.

Тема 4. Принцип сжимающих отображений. Теорема Банаха о сжимающем отображении. Применения принципа сжимающих отображений (метод последовательных приближений): решение алгебраических уравнений и систем линейных алгебраических уравнений; решение интегральных уравнений; нахождение пределов рекуррентных последовательностей.

Тема 5. Нормированные и евклидовы пространства. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими. Примеры банаховых пространств. Неравенства Гельдера и Минковского. Полунормы. Пространства L^p , их полнота. Предгильбертово пространство. Неравенство Коши - Буняковского. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры. Тождество параллелограмма.

Тема 6. Линейные операторы и линейные функционалы. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора. Норма композиции и сужения. Пространство линейных операторов, его полнота. Сопряженное пространство. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах. Универсальность пространства $C_{[0,1]}$.

Тема 7. Обобщенные функции. Пространства основных и обобщенных функций. Свойства обобщенных функций.

Тема 8. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах. Дифференцирование в линейных пространствах. Экстремальные задачи. Метод Ньютона.

Тема 9. Теорема о неподвижной точке. Теорема Банаха-Штейнгауза, ее приложения. Непрерывность в среднем функций из L^p . Сильная и слабая сходимость в сопряженном пространстве. Свойства слабой и сильной сходимости. Слабая компактность единичного шара в сопряженном пространстве.

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины «Современные методы математического анализа», при проведении аудиторных занятий, используются технологии традиционных и нетрадиционных учебных занятий.

Технология традиционного обучения предусматривает такие методы и формы изучения материала как лекция и практические занятия:

- информационная лекция:

Тема 1. Теория меры Лебега.

Тема 2. Теория интеграла Лебега.

Тема 4. принцип сжимающих отображений

Тема 5. Нормированные и евклидовы пространства.

Тема 7. Обобщенные функции.

Тема 9. Теорема о неподвижной точке.

- проблемная лекция:

Тема 4. Принцип сжимающих отображений.

Тема 8. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.

Практические занятия направлены на формирование у студентов умений и навыков решения задач, в том числе с практическим содержанием и исследовательских задач. В ходе проведения практических занятий используются задания учебно-тренировочного характера и задания творческого характера.

При изучении дисциплины «Современные методы математического анализа»,» используются активные и интерактивные технологии обучения, такие как:

технология сотрудничества, включающая *работу в малых группах* (тема 4. Принцип сжимающих отображений; тема 9. Теорема о неподвижной точке) и *коллективную мыслительную деятельность* (Тема 7. Обобщенные функции).

- кейс-технология (проблемный метод, работа в парах и группах).

Нетрадиционные учебные занятия проводятся в форме занятий-соревнований (заключительные практические занятия по изучаемым темам).

Занятия, проводимые в интерактивной форме, в том числе с использованием интерактивных технологий составляют 25% от общего количества аудиторных занятий.

Самостоятельная работа студентов подразумевает работу под руководством преподавателя (консультации, собеседование, коллоквиум) и индивидуальную работу студента, выполняемую, в том числе, в компьютерном классе с выходом в сеть «Интернет» на физико-математическом факультете университета.

При реализации образовательных технологий используются следующие виды самостоятельной работы: работа с конспектом лекции; работа с учебником; решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; поиск информации в сети «Интернет» и в дополнительной литературе; подготовка к сдаче зачета.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. Самостоятельная работа студента

6.1.1. очная форма обучения

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
1-2	Тема 1	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Понятие мощности множества. Счетные и несчетные множества. Множества, измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. • <i>работа с учебн ком:</i> изучение вопроса «Последовательность измеримых функций. Теоремы Лузина и Егорова». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений.</i> 	1-5 (1-3)	2
3-4	Тема 2.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Восстановление первообразной для ограниченной функции. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Интеграл Лебега от произвольной неотрицательной функции. Суммируемые функции». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений;</i> • <i>подготовка к тесту.</i> 	1-5 (1-3)	6
5-6	Тема 3.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Пополнение пространства. Компактность в метрических пространствах». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений</i> 	1-5 (1-3)	2
7-8	Тема 4.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Теорема Банаха о сжимающем отображении. Применения принципа сжимающих отображений 	1-5 (1-3)	2

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
		(метод последовательных приближений): решение алгебраических уравнений; решение интегральных уравнений; нахождение пределов рекуррентных последовательностей. <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Решение систем линейных алгебраических уравнений». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений</i> 		
9	Тема 5	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими. Примеры банаховых пространств. Неравенства Гельдера и Минковского. Полунормы. Пространства L^p, их полнота. Предгильбертово пространство. Неравенство Коши - Буняковского. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Примеры норм в предгильбертовом пространстве». Тождество параллелограмма. • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений;</i> • <i>подготовка к собеседованию</i> 	1-5 (1-3)	10
10	Тема 6	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Непрерывные линейные операторы. Норма оператора. Норма композиции и сужения. Пространство линейных операторов, его полнота. Сопряженное пространство. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные функционалы. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах. Универсальность пространства $C_{[0,1]}$». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений</i> 	1-5 (1-3)	2
11	Тема 7	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Пространства основных и обобщенных функций. Свойства обобщенных функций. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Достаточность запаса основных функций». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений;</i> • <i>подготовка к коллоквиуму.</i> 	1-5 (1-3)	10

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
12	Тема 8	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Дифференцирование в линейных пространствах. Экстремальные задачи. Метод Ньютона. • <i>работа с учебником:</i> Рассмотрение вопроса «Метод Ньютона при решении алгебраических уравнений». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений.</i> 	1-5 (1-3)	2
13-14	Тема 9	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Теорема Банаха-Штейнгауза, ее приложения. Непрерывность в среднем функций из L^p. Сильная и слабая сходимости в сопряженном пространстве. Свойства слабой и сильной сходимости. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Слабая компактность единичного шара в сопряженном пространстве». • <i>решение задач и упражнений по образцу;</i> • <i>решение вариативных задач и упражнений;</i> • <i>подготовка к контрольной работе.</i> 	1-5 (1-3)	8

6.1.2. заочная форма обучения

Семестр	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
4 сем.	Тема 1	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Понятие мощности множества. Счетные и несчетные множества. Множества, измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. • <i>работа с учебн ком:</i> изучение вопроса «Последовательность измеримых функций. Теоремы Лузина и Егорова». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i> 	1-5 (1-3)	6
	Тема 2.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Восстановление первообразной для ограниченной функции. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Интеграл Лебега от произвольной неотрицательной функции. Суммируемые функции». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i> 	1-5 (1-3)	6

Семе стр	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
	Тема 3.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Пополнение пространства. Компактность в метрических пространствах». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i> 	1-5 (1-3)	6
	Тема 4.	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Теорема Банаха о сжимающем отображении. Применения принципа сжимающих отображений (метод последовательных приближений): решение алгебраических уравнений; решение интегральных уравнений; нахождение пределов рекуррентных последовательностей. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Решение систем линейных алгебраических уравнений». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i> 	1-5 (1-3)	6
	Тема 5	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими. Примеры банаховых пространств. Неравенства Гельдера и Минковского. Полунормы. Пространства L^p, их полнота. Предгильбертово пространство. Неравенство Коши - Буняковского. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Примеры норм в предгильбертовом пространстве». Тождество параллелограмма. • <i>решение задач и упражнений по образцу</i> 	1-5 (1-3)	6
	Тема 6	<p><i>Подготовка к аудиторному занятию:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Непрерывные линейные операторы. Норма оператора. Норма композиции и сужения. Пространство линейных операторов, его полнота. Сопряженное пространство. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные функционалы. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах. Универсальность пространства 	1-5 (1-3)	6

Семестр	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы
		$C_{[0,1]}$. • <i>решение задач и упражнений по образцу</i>		
	Тема 7	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Пространства основных и обобщенных функций. Свойства обобщенных функций. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Достаточность запаса основных функций». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i>	1-5 (1-3)	6
	Тема 8	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Дифференцирование в линейных пространствах. Экстремальные задачи. Метод Ньютона. • <i>работа с учебником:</i> Рассмотрение вопроса «Метод Ньютона при решении алгебраических уравнений». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i>	1-5 (1-3)	5
	Тема 9	<i>Подготовка к аудиторному занятию:</i> • <i>работа с конспектом лекций:</i> Теорема Банаха-Штейнгауза, ее приложения. Непрерывность в среднем функций из L^p . Сильная и слабая сходимости в сопряженном пространстве. Свойства слабой и сильной сходимости. • <i>работа с учебником:</i> изучение вопроса «Слабая компактность единичного шара в сопряженном пространстве». • <i>решение задач и упражнений по образцу</i>	1-5 (1-3)	5
		<i>Подготовка к зачёту</i>		4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Работа с литературой

Самостоятельная работа с учебниками и книгами, самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях – важнейшее условие формирования у студента научного способа познания. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги. Изучая материал по учебной книге (учебнику, учебному пособию, монографии, хрестоматии и др.), следует переходить к следующему вопросу только после полного уяснения предыдущего, фиксируя выводы и вычисления, в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода. Особое внимание студент должен обратить на определение основных понятий курса. Надо подробно разбирать примеры, которые поясняют определения, и приводить аналогичные примеры самостоятельно. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебной книге полезно либо в тетради на специально отведенных полях, либо в документе, созданном на ноутбуке, планшете и др. информационном устройстве, дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем. Выводы, полученные в результате изучения учебной литературы, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы при перечитывании материала они лучше запомнились.

Методические рекомендации студенту по составлению конспекта:

Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи надо распределять в определенной последовательности, отвечающей логической структуре текста. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля. Владение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Подготовка к практическим занятиям

Для того чтобы практические и семинарские занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение в решении задач, подготовка к семинару проводятся по прочитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует помнить, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения, с которой он излагается на лекциях, материал будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекции, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач, обсуждения вопросов, вынесенных на семинар. Данные условия помогут студенту хорошо усвоить материал, научиться применять его на практике.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если существует несколько путей решения проблемы (задачи), нужно сравнить их и выбрать наиболее рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, которого требует условие, по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из условия данной задачи. Полезно решать задачи несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка. После изучения определенной темы по записям конспекта и учебнику, решения соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно, студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств. В случае необходимости нужно еще раз разобраться в материале. Помните, недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. Если это имеет место быть, надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала – умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако правильное решение задачи может получиться и в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации. Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах надо четко выразить, в чем испытываете затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Подготовка к зачету

При подготовке к зачету вначале надо просмотреть материал по всем вопросам сдаваемой дисциплины, далее отметить для себя наиболее трудные вопросы и обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов. Итак, систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для структурирования знаний.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов
Контроль освоения компетенций

по очной форме обучения

№ п/п	Наименование оценочного средства	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)
1	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 1. Теория меры Лебега.	ПК-3,5; ОПК-2
2	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 2. Теория интеграла Лебега.	ПК-3,5; ОПК-2
3	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 3. Метрические пространства.	ПК-3,5; ОПК-2
4	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 4. Принцип сжимающих отображений	ПК-3,5; ОПК-2
5	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 5. Нормированные и евклидовы пространства.	ПК-3,5; ОПК-2
6	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 6. Линейные операторы и линейные функционалы.	ПК-3,5; ОПК-2
7	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 7. Обобщенные функции.	ПК-3,5; ОПК-2
8	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 8. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.	ПК-3,5; ОПК-2
9	собеседование, коллоквиум, тест, зачет	Тема 9. Теорема о неподвижной точке.	ПК-3,5; ОПК-2

по заочной форме обучения

№ п/п	Наименование оценочного средства	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)
1	зачет	Тема 1. Теория меры Лебега.	ПК-3,5; ОПК-2
2	зачет	Тема 2. Теория интеграла Лебега.	ПК-3,5; ОПК-2
3	зачет	Тема 3. Метрические пространства.	ПК-3,5; ОПК-2
4	зачет	Тема 4. Принцип сжимающих отображений	ПК-3,5; ОПК-2
5	зачет	Тема 5. Нормированные и евклидовы пространства.	ПК-3,5; ОПК-2
6	зачет	Тема 6. Линейные операторы и линейные функционалы.	ПК-3,5; ОПК-2
7	зачет	Тема 7. Обобщенные функции.	ПК-3,5; ОПК-2
8	зачет	Тема 8. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.	ПК-3,5; ОПК-2
9	зачет	Тема 9. Теорема о неподвижной точке.	ПК-3,5; ОПК-2

Вопросы и задания для контроля самостоятельной работы студентов

Тест

1. Какие из следующих пар множеств равномощны:

A) \mathbb{R} и \mathbb{Q} ; B) \mathbb{Q} и \mathbb{Z} ; C) \mathbb{C} и \mathbb{Z} ; D) \mathbb{R} и \mathbb{I} ; E) \mathbb{Q} и \mathbb{I} ?

Выберите один из вариантов.

1) A, B, D; 2) B, C, D; 3) B, D.

2. Укажите верное утверждение: 1) $|\mathbb{Q}| = |\mathbb{R}|$; 2) $|\mathbb{Q}| < |\mathbb{R}|$; 3) $|\mathbb{Q}| > |\mathbb{R}|$.

3. Какие из данных множеств являются счетными:

A) $A = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$; B) множество точек окружности; C) $C = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$;

D) $D = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{R}\}$; E) множество простых чисел.

Выберите один из вариантов: 1) A, C, D; 2) A, D, E; 3) A, C, E

4. Какие из данных множеств имеют мощность континуума: A) $[0; 1]$; B) $\{0; 1\}$;

C) $\left\{ \sqrt[n]{m} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\}$; D) множество точек окружности; E) множество окружностей на плоскости с рациональными координатами центра и рациональным радиусом?

Выберите один из вариантов.

1) A, C, D; 2) A, D; 3) A, D, E.

5. Любое плоское множество, имеющее хотя бы одну внутреннюю точку является:

1) счетным; 2) имеет мощность континуума; 3) может иметь разную мощность.

6. A – множество точек плоскости, B – множество точек прямой. Какое из утверждений верно:

1) $|A| = |B|$; 2) $|A| < |B|$; 3) $|A| > |B|$

7. Между какими из данных множеств можно установить взаимно-однозначное соответствие?

A) интервал $(0; 1)$ и луч $[0; +\infty)$; B) $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$ и \mathbb{N} ;

C) множество окружностей на плоскости с данным центром и множество натуральных чисел;

D) интервал $(-1; 0)$ и множество иррациональных чисел; E) \mathbb{R} и \mathbb{R}^3

Выберите один из вариантов. 1) A, B, E; 2) A, B; 3) A, B, D, E.

8. $A = [a; b]$; $B = Q_{[a; b]}$. Какое из утверждений верно?

- 1) $|A \setminus B| = |A|$; 2) $|A \setminus B| = |B|$; 3) $|A \setminus B| < |A|$.

9. A и B счетные множества. Какое из утверждений верно?

- 1) $|A \cup B| > |A|$; 2) $|A \cup B| = |A|$; 3) для сравнения мощностей множеств $A \cup B$ и A не хватает данных.

10. Мера Лебега множества $E = (0; 1) \cup \{2; 3; 7\}$ равна

- 1) 1; 2) 4; 3) 2; 4) 0.

11. Мера Лебега множества $E = Z \cup \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 5\right)$ равна

- 1) 1; 2) 4; 3) 2; 4) 0.

Вопросы к собеседованию

1. Множества измеримые по Лебегу.
2. Теоремы об измеримых множествах.
3. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства.
4. Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства.
5. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
6. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
7. Интеграл Лебега от произвольной неотрицательной функции.
8. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств.
9. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства.
10. Принцип сжимающих отображений.

Вопросы к коллоквиуму

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства L^p , их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тожество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.

14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.
16. Универсальность пространства $C_{[0,1]}$.

Практические задания к коллоквиуму

Вариант 1.

1. Задаёт ли норму на числовой прямой функция $\sqrt{|x|}$.
2. Проверьте, что $C_{[a,b]}$ – нормированное пространство.
3. Найдите норму функции $y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4)$ в пространстве $C_{[a,b]}$.
4. Докажите, что последовательность $\sqrt{2}, \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}, \dots$ имеет предел и найдите его.
5. Решите интегральное уравнение $u(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 u(t) dt + e^x - \frac{e}{2} + \frac{1}{2}$.
6. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq \frac{1}{n} \\ -x^2, & x = \frac{1}{n} \end{cases}$ интегрируема по Лебегу на $[0, 1]$ и найдите $(L) \int_0^1 f(x) dx$.

Вариант 2.

1. Задаёт ли норму на числовой прямой функция $|x - 1|$.
2. Проверьте, что $C_1[a,b]$ – нормированное пространство.
3. Найдите норму функции $y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4)$ в пространстве $C_1[a,b]$.
4. Докажите, что последовательность $\sqrt{3}, \sqrt{3 + \sqrt{3}}, \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3}}}, \dots$ имеет предел и найдите его.
5. Решите интегральное уравнение $u(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 xu(t) dt - \frac{3}{4}x$.
6. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in I \cap [1; 2], \\ 2x, & x \in I \cap [0; 1], \\ \sin x, & x \in Q \end{cases}$ интегрируема по Лебегу на $[0, 2]$ и найдите $(L) \int_0^2 f(x) dx$.

Вопросы к зачету

1. Множества измеримые по Лебегу.
2. Теоремы об измеримых множествах
3. Интеграл Лебега от ограниченной функции и его свойства.
4. Предельный переход под знаком интеграла.
5. Сравнение интегралов Римана и Лебега
6. Метрические пространства.
7. Полнота и сходимость в метрических пространствах.
8. Принцип сжимающих отображений.
9. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
10. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
11. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
12. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
13. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими пространствами.
14. Примеры банаховых пространств.
15. Неравенства Гельдера и Минковского.
16. Пространства L^p , их полнота.
17. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
18. Тожество параллелограмма.
19. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
20. Пространство линейных операторов, его полнота.
21. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
22. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
23. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.
24. Пространства основных и обобщенных функций. Свойства обобщенных функций.
25. Дифференцирование в линейных пространствах.
26. Экстремальные задачи.
27. Метод Ньютона.
28. Банаха-Штейнгауза, ее приложения.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Современные методы математического анализа»

Основная литература:

1. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин Элементы теории функции и функционального анализа, М., 2002 <https://e.lanbook.com/book/2206>
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа, ч.1, Спб, Лань, 2015 (в библиотеке ПГУ 49 экз.)
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа, ч.2, Спб, Лань, 2008 (в библиотеке ПГУ 49 экз.)
4. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа, Спб, Лань, 2010 (в библиотеке ПГУ 97 экз.)
5. И.П. Натансон Теория функции вещественной переменной, М., Наука, 2004 <https://e.lanbook.com/book/284>

Дополнительная литература:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : решение типичных и трудных задач СПб. : Лань, 2011. (в библиотеке ПГУ 24 экз.)
2. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч.2. Минск : Вышэйшая школа, 2009. (в библиотеке ПГУ 24 экз.)
3. Бугров, Я.С. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс] : учеб. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 304 с <https://e.lanbook.com/book/2124>

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение:

- «Microsoft Windows»;
- «Microsoft Office 2007»;
- «Антивирус Касперского».

Свободно распространяемое программное обеспечение: Mozilla Fire-fox; Google Chrome, Acrobat Reader 9

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	http://www.math.ru/lib/cat/	Каталог книг, журналов, лекций, посвященных различным разделам математики
2.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
5.	ЭБС Лань	https://e.lanbook.com/books https://e.lanbook.com/journals#ebs_journal https://e.lanbook.com/vkrs#ebs_vkrs	Электронно-библиотечная система: коллекции книг ведущих издательств учебной и научной литературы, а также вузовских издательств, сгруппированные по основным областям знаний; более 700 научных журналов по различным областям знаний, к 500 из которых предоставлен доступ в формате Open Access, список выпускных квалификационных работ.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
6.	ЭБС BOOK.ru	http://www.book.ru	BOOK.ru — электронно-библиотечная система, которая содержит учебные и научные издания от преподавателей ведущих вузов России. Фонд электронной библиотеки комплектуется на основании новых ФГОС ВО, СПО.
7.	Библио-комплектатор	http://www.bibliocomplectator.ru/collections	Систематизированный каталог учебной литературы для высшего и среднего образования, периодических изданий, электронных учебников и пособий для школьного образования, мультимедийных материалов и научных иностранных изданий. Ресурс облегчает поиск и систематизацию актуальных источников литературы среди более 400 крупных научных издательств, университетских коллекций авторитетных вузов России, ведущих авторских коллективов и позволяет учебным заведениям, научным и публичным библиотекам, корпоративным подписчикам совершенствовать свои фонды и обеспечивать своим читателям беспрепятственный доступ к ним.
8.	MathSolution.ru	http://www.mathsolution.ru/books/ http://www.mathsolution.ru/ref-list/37	Список учебников и каталог рефератов, посвященных решению различных математических задач, а также список некоторых задач с кратким описанием методов их решения.
9.	Электронная библиотека ПГУ	https://elib.pnzgu.ru/category/1	Раздел Физико-математические науки Электронной библиотеки пензенского государственного университета
10.	ИС «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr=2.2.74.12	Раздел Математика каталога образовательных интернет-ресурсов и электронной библиотеки учебно-методических материалов для профессионального образования
11.	ЭБС Znanium.com	http://znanium.com/catalog/tbk/6/?nov=1	Раздел Естественные науки. Математика электронно-библиотечной системы Znanium.com.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Современные методы математического анализа»


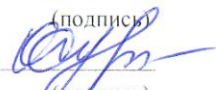
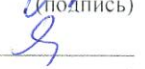
Для освоения данной дисциплины необходимы:

– мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор; интерактивная доска; Интернет-ресурсы).

Рабочая программа дисциплины «Современные методы математического анализа» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование.

Программу составили:

1. Паньженский В.И., профессор, к.ф.-м.н., зав.кафедрой «МО»
2. Сурина О.П., доцент, к.ф.-м.н., доцент «МО»
3. Яремко Н.Н., д.п.н., профессор кафедры «МО»


(подпись)

(подпись)

(подпись)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математическое образование»

Протокол № 3

от "4" октября 2018 года

Зав. кафедрой «МО»


(подпись) В.И. Паньженский

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Информатика и методика обучения информатике и математике»



(подпись) М.А. Родионов

Программа одобрена методической комиссией ФФМЕН

Протокол № 2

от "15" 10 2018 года

Председатель методической комиссии ФФМЕН


(подпись) М.А. Родионов