

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
 Л.Р. Фионова
« 03 » 07 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.05 АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Направленность (профиль подготовки) «Математическое моделирование в
экономике и технике»

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Пенза, 2019

1. Цели освоения дисциплины

Освоение учебной дисциплины «Асимптотический анализ» направлено на

изучение аналитических методов – методов возмущения (асимптотических разложений) по большим или малым значениям параметра или координаты;

изложение основных понятий и методов асимптотического анализа, теории возмущений, как регулярных, так и сингулярных;

проиллюстрировать основные методы на содержательных примерах, показать возможные сферы применения и дальнейшего обобщения.

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих трудовых функций:

- А/01.5 Осуществление проведения работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);

- А/02.5 Осуществление выполнения экспериментов и оформления результатов исследований и разработок (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);

- А/03.5 Подготовка элементов документации, проектов планов и программ проведения отдельных этапов работ (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);

- С/05.6 Разработка концепции системы (профстандарт ПС 06.022 «Системный аналитик»);

- С/06.6 Разработка технического задания на систему (профстандарт ПС 06.022 «Системный аналитик»);

- С/07.6 Организация оценки соответствия требованиям существующих систем и их аналогов (профстандарт ПС 06.022 «Системный аналитик»)

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Учебная дисциплина Б1.В.05 «Асимптотический анализ» относится к блоку дисциплин, формируемых участниками образовательных отношений. Данная дисциплина имеет логическую и содержательно-методологическую взаимосвязь с другими дисциплинами, так как углубляет и закрепляет математические и естественнонаучные знания и навыки, сформированные в результате изучения дисциплин обязательной части.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами следующих курсов: математический анализ; физика; теория функций комплексного переменного; дифференциальные уравнения; уравнения математической физики.

Дисциплина служит основой для дальнейшего изучения таких дисциплин, как: «Квадратурные и кубатурные формулы», «Дифференциальная геометрия и топология», «Прикладной функциональный анализ», «Итерационные методы», «Вариационное исчисление», «Асимптотический анализ», «Теория возмущений», «Граничные интегральные уравнения», «Теория колебаний», «Теория игр», «Элементы финансовой математики», «Элементы актуарной математики», «Основы экономической синергетики», «Производственная практика (преддипломная)», «Производственная практика (НИР)», «Учебная практика (НИР)», «Выполнение и защита ВКР».

3. Результаты освоения дисциплины Б1.О.23 «Теория функций комплексного переменного»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции <i>(закрепленный за дисциплиной)</i>	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
ПК-1	Способен выявить естественнонаучную сущность проблем в области экономики и техники, готов использовать для их решения существующие математические модели и соответствующий математический аппарат	ПК-1.2. Использует существующие математические модели и соответствующий математический аппарат для решения задач в области экономики и техники	<p>Знать: асимптотику решений краевых задач; поведение решений уравнений с малыми параметрами при старших производных при стремлении малых параметров к нулю</p> <p>Уметь: формулировать задачи для приведения их к виду, допускающему применение асимптотических методов; решать задачи различными асимптотическими методами</p> <p>Владеть: навыками формализации прикладных задач</p>

4. Структура и содержание дисциплины «Асимптотический анализ»

4.1. Структура дисциплины «Асимптотический анализ»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
				Контактная работа				Самостоятельная работа			Проверка контролн. работ	Проверка реферата
				Всего	Лекция	Практические занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.		
1.	Раздел 1. Введение	5	1-4	8	4	4		4	2	2	8	9
1.1.	Основные понятия асимптотического анализа. Что такое асимптотика? Асимптотическое равенство.	5	1-2	4	2	2		2	1	1	8	9
1.2.	Элементарные действия с асимптотическими рядами. Асимптотические оценки и вычислительная математика.	5	3-4	4	2	2		2	1	1	8	9
2.	Раздел 2. Асимптотические представления функций	5	5-9	10	5	5		6	4	2	8	9
2.1.	Определение асимптотического ряда; свойства асимптотических рядов: линейная комбинация, умножение, деление, интегрирование.	5	5-6	4	2	2		1	1		8	9
2.2.	Единственность асимптотического разложения по заданной калибровочной после-	5	7-8	4	2	2		2	1	1	12	9

	довательности функций, эквивалентность различных определений разложения функции в асимптотический ряд.											
2.3.- 2.4.	Степенные асимптотические ряды. Теорема о существовании непрерывной функции, разлагающейся в заданный степенной асимптотический ряд, асимптотические разложения композиции и обратной функции, асимптотические разложения решений трансцендентных уравнений.	5	9	2	1	1		2	1	1		9
3.	Раздел 3. Асимптотические разложения интегралов	5	10-12	6	3	3		8	5	3	12	16
3.1.	Использование интегрирования по частям; метод введения промежуточного параметра; метод Лапласа (различные случаи достижения максимума показателя экспоненты: на границе интервала интегрирования и во внутренней точке).	5	10	2	1	1		3	2	1		16
3.2.	Метод стационарной фазы (отсутствие стационарных точек фазы, наличие конечного числа стационарных точек на интервале).	5	11	2	1	1		3	2	1	12	16
3.3.	Асимптотика функции Бесселя при больших значениях аргумента; метод перевала; асимптотика функции Эйри при больших значениях аргумента.		12	2	1	1		2	1	1		16
4.	Раздел 4. Асимптотика решений ОДУ	5	13-14	4	2	2		10	5	5		16
4.1.	Асимптотика решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка при больших значениях аргумента.	5	13	2	2			5	2	2		16
4.2.	Преобразования Лиувилля, построение формальной асимптотики для фундамен-	5	14	2		2		5	3	3		17

	тальной системы решений стандартного уравнения (малое возмущение линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и нулевым коэффициентом при первой производной), обоснование построенной асимптотики сведением к интегральному уравнению и применением теоремы Банаха о сжимающем отображении).											
5.	Раздел 5. Асимптотика решений краевых задач.	5	15-17	6	3	3		8,05	4	4,05		17
5.1.	Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка и условия их разрешимости, априорные оценки;	5	15-16	4	2	2		4	2	2		17
5.2.	Сингулярно возмущенные краевые задачи; построение внешнего разложения, функции пограничного слоя и построение внутреннего разложения, обоснование полученной асимптотики. Метод двух масштабов. Почти периодические движения, проблема описания при больших временах (возникновение вековых слагаемых), формальное построение асимптотики методом двух масштабов, обоснование построенной асимптотики.	5	17	2	1	1		4,05	2	2,05		17
	<i>Контактная работа</i>						1,95					
	<i>Общая трудоемкость, в часах</i>			35,95	17	17	1,95	36,05	20	16,05		Промежуточная аттестация
												Форма
												Зачет
												Форма
												Зачет

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Введение	Основные понятия асимптотического анализа. Что такое асимптотика? Асимптотическое равенство. Элементарные действия с асимптотическими рядами. Асимптотические оценки и вычислительная математика.
2.	Асимптотические представления функций	Определение асимптотического ряда; свойства асимптотических рядов: линейная комбинация, умножение, деление, интегрирование; единственность асимптотического разложения по заданной калибровочной последовательности функций, эквивалентность различных определений разложения функции в асимптотический ряд. Степенные асимптотические ряды. Теорема о существовании непрерывной функции, разлагающейся в заданный степенной асимптотический ряд, асимптотические разложения композиции и обратной функции, асимптотические разложения решений трансцендентных уравнений.
3.	Асимптотические разложения интегралов	Использование интегрирования по частям; метод введения промежуточного параметра; метод Лапласа (различные случаи достижения максимума показателя экспоненты: на границе интервала интегрирования и во внутренней точке); метод стационарной фазы (отсутствие стационарных точек фазы, наличие конечного числа стационарных точек на интервале); асимптотика функции Бесселя при больших значениях аргумента; метод перевала; асимптотика функции Эйри при больших значениях аргумента.
4.	Асимптотика решений ОДУ	Асимптотика решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка при больших значениях аргумента. Преобразования Лиувилля, построение формальной асимптотики для фундаментальной системы решений стандартного уравнения (малое возмущение линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и нулевым коэффициентом при первой производной), обоснование построенной асимптотики сведением к интегральному уравнению и применением теоремы Банаха о сжимающем отображении).
5.	Асимптотика решений краевых задач	Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка и условия их разрешимости, априорные оценки; сингулярно возмущенные краевые задачи; построение внешнего разложения, функции пограничного слоя и построение внутреннего разложения, обоснование полученной асимптотики. Метод двух масштабов. Почти периодические движения, проблема описания при больших временах (возникновение вековых слагаемых), формальное построение асимптотики методом двух масштабов, обоснование построенной асимптотики.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Асимптотический анализ» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения» (темы 1.1, 2.1, 3.1); по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- организации самостоятельной работы на основе лично-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей

оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

Другие виды контактной работы: проведение консультаций, прием экзаменов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-4	Основные понятия асимптотического анализа.	Подготовка к аудиторным занятиям	Глава 1. С.9-21	Асимптотические методы в анализе, Ильин А.М., Данилин А.Р., 2009.	4
5-9	Асимптотические представления функций	Подготовка к аудиторным занятиям	Глава 2. С. 28-40	Асимптотические методы в анализе, Ильин А.М., Данилин А.Р., 2009.	6
10-12	Асимптотические разложения интегралов	Подготовка к аудиторным занятиям	Глава 4. С. 56-68	Асимптотические методы в анализе, Ильин А.М., Данилин А.Р., 2009.	8
13-14	Асимптотика решений ОДУ	Подготовка к аудиторным занятиям	Глава 6 С. 85-107	Асимптотические методы в анализе, Ильин А.М., Данилин А.Р., 2009.	10
15-17	Асимптотика решений краевых задач	Подготовка к аудиторным занятиям	Глава 2, 3 С. 63-148	Щитов, И.Н. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	8,05

Вопросы для собеседований

Собеседование 1

1. Описать численные методы вычисления интегралов.
2. Дать определение асимптотического ряда
3. Дать определение калибровочной последовательности, системы

Собеседование 2

1. Дать определение асимптотике частичной суммы гармонического ряда

2. Описать метод вычисления суммы ряда $S = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \ln^2 k}$
3. Описать применение асимптотического метода для сумм и рядов

Собеседование 3

1. Исследовать интеграл Лапласа
2. Дать определение асимптотики интеграла $F(\lambda)$ в частном случае.
3. Дать понятие асимптотике гамма-функций Эйлера

Собеседование 4

1. Дать понятие асимптотики интеграла при отсутствии стационарных точек
2. Дать понятие асимптотики интеграла в частном случае

Собеседование 5

1. Дать определение метода стандартной фазы
2. Метод перевала. Основные определения.
3. Построить асимптотику интеграла методом перевала

Собеседование 6

1. Асимптотика функций Эйри
2. Рассказать начальную задачу для ДУ
3. Задача Коши для ДУ с малым параметром при старшей производной
4. Дать определение метода Лиувилля

Собеседование 7

1. Сингулярные краевые задачи для линейных ДУ второго порядка. Постановка задачи.
2. Простейшая бисингулярная задача

Собеседование 8

1. Асимптотическое разложение решений задачи Коши для систем с интегральной поверхностью
2. Случай периодической интегральной поверхности

Собеседование 9

1. Привести примеры асимптотических разложений
2. Дать определение метода двух масштабов.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы.
- **Подготовка рефератов и докладов** осуществляется с использованием дополнительной литературы.
- **Подготовка к зачету** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются

1	Защита рефератов	Разделы 1,2,3,4,5.	ПК-1
2	Собеседования	Разделы 1,2,3,4,5.	ПК-1.

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Оптимальные алгоритмы в численном анализе и приложениях». Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля смотри:

http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile.php/918311/mod_resource/content/0/%D0%A4%D0%9E%D0%A1%20%D0%90%D1%81%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D1%82%D0%BE%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9%20%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7.pdf

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Асимптотический анализ»

а) литература

1.1. Ильин, А.М. Асимптотические методы в анализе [Электронный ресурс] : монография / А.М. Ильин, А.Р. Данилин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 248 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4823>

1.2. Щитов, И.Н. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : монография — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2013. — 172 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59674>

б) Интернет-ресурсы

http://window.edu.ru/catalog/resources?p_str=асимптотические+методы

в) Программное обеспечение

1. ПО «Microsoft Windows» (подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard); регистрационный номер 00037FFEBACF8FD7 Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.) Продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

г) Другое материально-техническое обеспечение

1. Персональные компьютеры

Рабочая программа дисциплины «Асимптотический анализ» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04. — «Прикладная математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. №11.

Программу составил:

1. Тында А.Н.  доцент кафедры ВиПМ

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11 от « 01 » 04 2019 года

Зав. кафедрой ВиПМ проф. д.ф.-м.н.

 Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Высшая и прикладная математика»

Зав. кафедрой ВиПМ, проф. проф. д.ф.-м.н.

 Бойков И.В.

Программа одобрена методической комиссией ФВТ

Протокол № 10 от « 03 » 04 2019 года

Председатель методической комиссии ФВТ

к.т.н., доцент

 Глотова Т.В.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и
регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой