

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ



Декан факультета

Л.Р. Фионова

« 03 »

07

2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.36 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

|                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| Направление подготовки              | 01.03.04 «Прикладная математика»                     |
| Направленность (профиль подготовки) | «Математическое моделирование в экономике и технике» |
| Квалификация выпускника – бакалавр  |  |
| Форма обучения – очная              |  |

Пенза, 2019

## 1. Цели и задачи дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Математическое моделирование» является участие в формировании следующих компетенций:

- получение понятия об основных классических типах моделей;
- приобретение навыков построения и исследования математических моделей;
- приобретение навыков численной реализации и анализа результатов для моделей различного типа (дискретных и непрерывных, детерминированных и стохастических, статических и динамических).

### 1. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина Б1.О.36 «Математическое моделирование» относится к обязательной части Блока 1 по направлению подготовки 01.03.04 – «Прикладная математика».

Дисциплина «Математическое моделирование» является одной из дисциплин, формирующих общепрофессиональные знания и навыки, характерные для бакалавра по направлению 01.03.04 — «Прикладная математика».

Изучение данной учебной дисциплины базируется на знании дисциплин: «Математический анализ», «Алгоритмы и алгоритмические языки», «Дополнительные главы алгебры»,

«Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Физика», «Программирование и практикум на ЭВМ», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Численные методы».

Основные положения дисциплины должны быть использованы при изучении дисциплин: «Компьютерные технологии математических исследований», «Оптимальные алгоритмы в численном анализе и приложениях», «Исследование операций», «Теория управления», «Учебная практика: (научно-исследовательская работа)», «Производственная практика (технологическая)», «Производственная практика (научно-исследовательская работа)», «Выполнение и защита ВКР».

### 3. Результаты освоения дисциплины Б1.О.28 «Уравнения математической физики»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

| Коды компетенции | Наименование компетенции  | Индикатор достижения компетенции<br><i>(закрепленный за дисциплиной)</i>   | В результате освоения дисциплины обучающийся должен   |
|------------------|---|--|---|
| ОПК-2            | Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и мо- | ОПК-2.1. Имеет представление об основных существующих математических методах, моделях и системах программирования в современных естествознании, технике, экономике и управлении<br>ОПК-2.2. Анализирует и выбирает релевантные подходы | <b>Знать:</b> основные методы исследования математических моделей<br><b>Уметь:</b> пользоваться современным программным обеспечением — пакетами Maple, MATLAB |

|       |  |  |   |
|-------|--|--|---|
|       | <p>дели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем</p>   | <p>к адаптации математических методов, систем программирования, разработке новых математических моделей в естествознании, технике, экономике и управлении<br/>ОПК-2.3. Разрабатывает и программно реализует математические модели и численные методы, осуществляет проверку адекватности моделей, анализ результатов, оценку надежности и качества функционирования систем</p> | <p>и Mathcad<br/><b>Владеть:</b> навыками формализации прикладных задач</p>   |
| ОПК-3 | <p>Способен использовать и развивать методы математического моделирования и применять аналитические и научные пакеты прикладных программ</p> | <p>ОПК-3.1. Понимает и применяет базовые математические модели<br/>ОПК-3.2. Критически оценивает базовые математические модели для решения профессиональных задач<br/>ОПК-3.3. Применяет аналитические и прикладные программы для реализации методов математического моделирования</p>   | <p><b>Знать:</b> этапы построения математических моделей<br/><b>Уметь:</b> применять полученные знания при построении<br/><b>Владеть:</b> Основными методами теории</p> |

#### 4. Структура и содержание дисциплины Математическое моделирование

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

| п/п  | Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)                            | Семестр | Недели семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |        |                      |                          | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) |                                  |                             |
|------|--|---------|-----------------|--|--------|----------------------|--------------------------|--|----------------------------------|-----------------------------|
|      |  |         |                 | Контактная работа  |        |                      |                          | Самостоятельная работа                                     |                                  | Проверка лабораторных работ |
|      |  |         |                 | Всего  | Лекция | Лабораторные занятия | Др. виды контакт. работы | Всего  | Подготовка к аудиторным занятиям |                             |
| 1.   | Раздел 1. <b>Основные понятия и принципы математического моделирования</b> | 5       | 1-2             | 6  | 2      | 2                    |                          | 11   | 11                               | 9                           |
| 1.1. | Тема 1.1. Математика и математическое моделирование.                       | 5       | 1               | 2  | 2      |                      |                          | 5  | 5                                | 9                           |

|               |  |          |            |          |          |          |  |           |           |          |
|---------------|--|----------|------------|----------|----------|----------|--|-----------|-----------|----------|
| 1.2.,<br>1.3. | Тема 1.2. Прямые и обратные задачи математического моделирования. Тема 1.3. Универсальность математических моделей. Принцип аналогий. Иерархия моделей.  | 5        | 2          | 2        |          | 2        |  | 6         | 6         | 9        |
| 2.            | <b>Раздел 2. Некоторые классические модели математической физики</b>   | <b>5</b> | <b>3-6</b> | <b>8</b> | <b>4</b> | <b>4</b> |  | <b>10</b> | <b>10</b> | <b>9</b> |
| 2.1.          | Тема 2.1. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса). Общая задача Коши. Функция Римана. Физический смысл функции Римана. Уравнения с постоянными коэффициентами.  | 5        | 3-4        | 4        | 2        | 2        |  | 5         | 5         | 9        |
| 2.2<br>2.3.   | Тема 2.2. Задача о промерзании (задача о фазовом переходе, задача Стефана). Метод подобия. Динамика сорбции газа. Простейшие задачи для уравнения Шредингера. Уравнение Шредингера. Гармонический осциллятор. Ротатор. Движение электрона в кулоновском поле. Свойство полиномов Эрмита. | 5        | 5-6        | 4        | 2        | 2        |  | 5         | 5         | 9        |
| 3.            | <b>Раздел 3. Математическое моделирование нелинейных объектов и процессов</b>  | <b>5</b> | <b>7-8</b> | <b>4</b> | <b>2</b> | <b>2</b> |  | <b>10</b> | <b>10</b> | <b>9</b> |
| 3.1           | Тема 3.1. Математические модели процессов нелинейной теплопроводности и горения. Краевые задачи для квазилинейного уравнения теплопроводности. Решения с обострениями. Решение задачи Коши. Схема построения быстроубывающих решений задачи Коши.  | 5        |            |          | 2        | 2        |  | 10        | 10        | 9        |

|              |   |   |       |   |   |   |  |    |    |    |
|--------------|---|---|-------|---|---|---|--|----|----|----|
| 4.           | Раздел 4. Методы исследования математических моделей  | 5 | 9-12  | 8 | 4 | 4 |  | 10 | 10 | 13 |
| 4.1.-<br>4.2 | Тема 4.1. Вариационные методы решения краевых задач и определения собственных значений. Принцип Дирихле. Задача о собственных значениях. Некоторые алгоритмы проекционного метода. Тема 4.2. Общая схема алгоритмов. Метод Рунге. Метод Галёркина. Обобщенный метод моментов. Метод наименьших квадратов. Метод конечных разностей. | 5 | 8     | 2 | 2 |   |  | 5  | 5  | 13 |
| 4.3.         | Тема 4.3. Основные понятия. Разностная задача для уравнения теплопроводности на отрезке. Метод прогонки.  | 5 | 10    | 2 |   | 2 |  | 3  | 3  | 13 |
| 4.4          | Тема 4.4. Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Консервативные однородные разностные схемы. Интегро-интерполяционный метод (ИИМ) – метод баланса. Метод конечных элементов (МКЭ) – проекционно-сеточный метод.  | 5 | 11    | 2 | 2 |   |  | 1  | 1  | 13 |
| 4.5.         | Тема 4.5. Асимптотические методы. Метод малого параметра. Регулярные возмущения. Сингулярные возмущения. Метод ВКБ (Венцеля, Крамерса, Бриллюэна). Метод усреднения Крылова-Боголюбова.   | 5 | 12    | 2 |   | 2 |  | 1  | 1  | 13 |
| 5            | Раздел 5. Интегральные уравнения  | 5 | 13-16 | 8 | 4 | 4 |  | 10 | 10 | 16 |
| 5.1.         | Тема 5.1. Типы уравнений. Метод последо-  | 5 | 13    | 2 | 2 |   |  | 2  | 2  | 16 |

|      |   |          |           |          |          |          |      |              |              |                          |         |
|------|---|----------|-----------|----------|----------|----------|------|--------------|--------------|--------------------------|---------|
|      | вательных приближений. Повторные ядра. Резольвента.   |          |           |          |          |          |      |              |              |                          |         |
| 5.2. | Тема 5.3. Интегральные уравнения Вольтерра. Связь с дифференциальными уравнениями.  | 5        | 14        | 2        |          | 2        |      | 2            | 2            | 16                       |         |
| 5.3. | Тема 5.4. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма. Методы численного решения интегральных уравнений. | 5        | 15-16     | 4        | 2        | 2        |      | 6            | 6            | 16                       |         |
| 6    | <b>Раздел 6. Некоторые новые методы и объекты математического моделирования</b>   | <b>5</b> | <b>17</b> | <b>2</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |      | <b>21,05</b> | <b>21,05</b> | <b>16</b>                |         |
| 6.1. | Тема 6.1. Фракталы и фрактальные структуры. Фракталы в математике. Размерность самоподобия. Фракталы в природе.             | 5        | 17        |          | 1        | 1        |      |              |              | 17                       |         |
|      | <i>Контактная работа</i>  |          |           |          |          |          | 1,95 |              |              |                          |         |
|      | <i>Общая трудоемкость, в часах</i>  |          |           | 35,95    | 17       | 17       | 1,95 | 72,05        |              |                          |         |
|      | <i>Общая трудоемкость в часах</i>   |          |           | 45,95    | 17       | 17       | 1,95 | 72,05        |              | Промежуточная аттестация |         |
|      |   |          |           |          |          |          |      |              | Форма        |                          | Семестр |
|      |   |          |           |          |          |          |      |              | Зачет        |                          | 5       |

#### 4.2 Содержание разделов дисциплины

| №<br>п/п | Наименование<br>раздела дисциплины                             | Содержание раздела   |
|----------|--|--|
| 1.       | Основные понятия и принципы математического моделирования      | Математика и математическое моделирование. Прямые и обратные задачи математического моделирования. Универсальность математических моделей. Принцип аналогий. Иерархия моделей.   |
| 2.       | Некоторые классические модели математической физики            | Задача с данными на характеристиках (задача Гурса). Общая задача Коши. Функция Римана. Физический смысл функции Римана. Уравнения с постоянными коэффициентами. Задача о промерзании (задача о фазовом переходе, задача Стефана). Метод подобия. Динамика сорбции газа. Простейшие задачи для уравнения Шредингера. Уравнение Шредингера. Гармонический осциллятор. Ротатор. Движение электрона в кулоновском поле. Свойство полиномов Эрмита.   |
| 3.       | Математическое моделирование нелинейных объектов и процессов   | Математические модели процессов нелинейной теплопроводности и горения. Краевые задачи для квазилинейного уравнения теплопроводности. Решения с обострениями. Математические модели теории нелинейных волн. Метод характеристик. Обобщенное решение. Условие на разрыве. Уравнение Кортевега-де Фриза и законы сохранения. Схема метода обратной задачи. Прямая и обратная задачи рассеяния. Решение задачи Коши. Схема построения быстроубывающих решений задачи Коши.   |
| 4.       | Методы исследования математических моделей                     | Вариационные методы решения краевых задач и определения собственных значений. Принцип Дирихле. Задача о собственных значениях. Некоторые алгоритмы проекционного метода. Общая схема алгоритмов. Метод Рунге. Метод Галёркина. Обобщенный метод моментов. Метод наименьших квадратов. Метод конечных разностей. Основные понятия. Разностная задача для уравнения теплопроводности на отрезке. Метод прогонки. Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Консервативные однородные разностные схемы. Интегроинтерполяционный метод (ИИМ) – метод баланса. Метод конечных элементов (МКЭ) – проекционно-сеточный метод. Асимптотические методы. Метод малого параметра. Регулярные возмущения. Сингулярные возмущения. Метод ВКБ (Венцеля, Крамерса, Бриллюэна). Метод усреднения Крылова-Боголюбова. |
| 5.       | Интегральные уравнения   | Типы уравнений. Метод последовательных приближений. Повторные ядра. Резольвента. Интегральные уравнения Вольтерра. Связь с дифференциальными уравнениями. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма. Методы численного решения интегральных уравнений.  |
| 6.       | Некоторые новые методы и объекты математического моделирования | Фракталы и фрактальные структуры. Фракталы в математике. Размерность самоподобия. Фракталы в природе. Моделирование дендритов. Самоорганизация и образование структур. Синергетика. Диссипативные структуры. Модель брюсселятора.  |



## 5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- организации самостоятельной работы на основе личностно-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

Другие виды контактной работы: проведение консультаций, прием экзаменов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

**Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,  
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

| № нед. | Тема  | Вид самостоятельной работы (должен соответствовать указанному в таблице 4.1) | Задание   | Рекомендуемая литература  | Количество часов (должно соответствовать указанному в таблице 4.1) |
|--------|---|--|---|---|--|
| 1-3    | Раздел 1. Основные понятия и принципы математического моделирования |  | Математическое моделирование, Козин Р.Г., Примеры решения задач | Яглом И.М. Математические структуры и математическое моделирование. | 20   |

|       |  |                                  |   |  |       |
|-------|--|----------------------------------|---|--|-------|
| 3-6   | Раздел 2. Некоторые классические модели математической физики            | Подготовка к аудиторным занятиям | Математическое моделирование, Козин Р.Г., Примеры решения задач   | Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Учебник для вузов. 2004г.  | 10    |
| 7     | Раздел 3. Математическое моделирование нелинейных объектов и процессов   | Подготовка к аудиторным занятиям | Математическое моделирование, Козин Р.Г., Примеры решения задач<br><br>Егоренков и др. Основы математического моделирования. Анализ и построение моделей с примерами на языке MATLAB.   | Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Учебник для вузов. 2004г.<br><br>Васильков, Василькова. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании. Уч. пособ. 2006г.                           | 5     |
| 8-12  | Раздел 4. Методы исследования математических моделей                     | Подготовка к аудиторным занятиям | Математическое моделирование, Козин Р.Г., Примеры решения задач<br><br>В.В. Васильев, Л.А. Симак, А.М. Рыбникова. Математическое и компьютерное моделирование процессов и систем в среде MATLAB/SIMULINK. Учебное пособие для студентов и аспирантов. 2008 год. | Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Учебник для вузов. 2004г.<br><br>Математическое моделирование в технике, Зарубин В.С. 2005г.<br><br>Гулд, Тобочник. Компьютерное моделирование в физике. В двух томах. | 15    |
| 13-16 | Раздел 5. Интегральные уравнения   | Подготовка к аудиторным занятиям | Математическое моделирование, Козин Р.Г., Примеры решения задач   | Рудяк В.Я. Математические модели природных явлений и технологических процессов. В 2 ч. Ч. I. 2004г.  | 10    |
| 17    | Раздел 6. Некоторые новые методы и объекты математического моделирования | Подготовка к аудиторным занятиям | Раздаточный материал  | Математическое моделирование, Козин Р.Г. 2008г.  | 12,05 |

## Лабораторный практикум

### Тематика лабораторных занятий

Моделирование столкновения шаров.

Моделирование простейшего логистического отображения.

Численное исследование двухсекторной макроэкономической модели.

Изучение средств моделирования MatLab SimuLink.

Применение метода Рунге к нахождению экстремалей функционалов.

Применение алгоритмов регуляризации к решению некорректных задач

### 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.

- **Подготовка рефератов и докладов** осуществляется с использованием дополнительной литературы.

- **Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

#### *Контроль освоения компетенций*

| № п\п | Вид контроля                        | Контролируемые темы (разделы)                      | Компетенции, компоненты которых контролируются |
|-------|-------------------------------------|--|--|
| 1     | Сдача лабораторных работ №1, №2, №3 | Экстремальные задачи и методы их решения .         | ОПК-2, ОПК-3                                   |
| 2     | Сдача лабораторных работ №4, №5     | Элементы выпуклого анализа. Вариационные методы .  | ОПК-2, ОПК-3                                   |
| 3     | Сдача лабораторных работ №6, №7     | Численные методы математического программирования. | ОПК-2, ОПК-3                                   |

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Оптимальные алгоритмы в численном анализе и приложениях». Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля смотри: [http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile.php/992688/mod\\_resource/content/0/ФОС%20Математическое%20моделирование.pdf](http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile.php/992688/mod_resource/content/0/ФОС%20Математическое%20моделирование.pdf)

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### дисциплины

#### а) литература

1.1. Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 332 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5268>

1.2. Ганичева, А.В. Математические модели и методы оценки событий, ситуаций и процессов [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 188 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91891>

1.3. Математические модели природы и общества [Электронный ресурс] : монография / Н.Н. Калиткин [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 360 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59384>

1.4. Самарский, А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры [Электронный ресурс] : монография / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59285>

1.5. Горлач, Б.А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 292 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/74673>

1.6. Математические модели природы и общества [Электронный ресурс] : монография / Н.Н. Калиткин [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 360 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59384>

1.7. Поршневу, С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. + CD [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 736 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/650>

1.8. Подколзин, А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Архитектура и языки решателя задач [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 1024 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2277>

б) Интернет-ресурсы  
[http://window.edu.ru/catalog/resources?p\\_str=математическое+моделирование](http://window.edu.ru/catalog/resources?p_str=математическое+моделирование)

#### в) Программное обеспечение

1. ПО «Microsoft Windows» (подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard); регистрационный номер 00037FFEBACF8FD7 Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.) Продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

#### г) Другое материально-техническое обеспечение

1. Персональные компьютеры

Рабочая программа дисциплины «Математическое моделирование» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04. — «Прикладная математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. №11

Программу составил:

Тында А.Н.



доцент кафедры ВиПМ

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11

от «01» 07 2019 года

Зав. кафедрой ВиПМ проф.д.ф.-м.н.



Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Высшая и прикладная математика»

Зав. кафедрой ВиПМ, проф. проф.д.ф.-м.н.



Бойков И.В.

Программа одобрена методической комиссией ФВТ

Протокол № 10

от «03» 07 2019 года

Председатель методической комиссии ФВТ



к.т.н., доцент

Глотова Т.В.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

| Учебный<br>год | Решение кафедры<br>(№ протокола, дата ) | Внесенные изменения | Подпись<br>зав. кафедрой |
|----------------|---|---------------------|--------------------------|
|                |   |                     |                          |
|                |   |                     |                          |
|                |   |                     |                          |