

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Л.Р.Фионова

« 03 »

04

2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.02 ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Направленность (профиль подготовки) «Математическое моделирование в экономике и технике»

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Пенза, 2019

1. Цели освоения дисциплины

- изучение итерационных методов, а также приобретение навыков их применения к решению различных задач;
- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- формирование у обучаемых математических знаний для успешного овладения общенаучными и инженерными дисциплинами на необходимом научном уровне. Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих трудовых функций:
 - А/01.5 Осуществление проведения работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);
 - А/02.5 Осуществление выполнения экспериментов и оформления результатов исследований и разработок (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);
 - А/03.5 Подготовка элементов документации, проектов планов и программ проведения отдельных этапов работ (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);Цели освоения дисциплины соответствуют общим целями ОПОП ВО и требованиями профессионального стандарта 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» и включают в себя:

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Итерационные методы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1 ОПОП и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для бакалавра по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика». Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами курсов «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Теория функций комплексного переменного», «Теория графов и математическая логика», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов», «Уравнения математической физики», «Физика», «Исследование операций», «Дискретная математика», «Теория функций и элементы функционального анализа», «Дополнительные главы алгебры», «Архитектура ЭВМ», «Комбинаторика», «Теория возмущений», «Основы экономической синергетики», «Теория приближения», «Конструктивные средства математики», «Вычислительная математика», «Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности», «Научно-исследовательская работа».

Основные положения дисциплины должны быть использованы при изучении дисциплин таких, как «Методы оптимизации», «Теория управления», «Математическое моделирование», «Вариационное исчисление», «Метод конечных элементов», «Параллельные вычисления и параллельное программирование», «Нелинейные уравнения математической физики», «Теория массового обслуживания», «Граничные интегральные уравнения», «Информационные технологии в экономике», «Математические модели экономики», «Математические модели экологии», «Элементы финансовой математики», «Элементы актуарной математики», «Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности», «Преддипломная практика».

3. Результаты освоения дисциплины «Итерационные методы»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2		3
ПК-1	Способен выявить естественнонаучную сущность проблем в области экономики и техники, готов использовать для их решения существующие математические модели и соответствующий математический аппарат	ПК-1.1. Понимает сущность проблем в области экономики и техники	<p>Знать: основные положения теории приближенных методов в проблеме собственных значений; методы приближенного решения интегральных уравнений: методы коллокации и механических квадратур, итерационные методы решения интегральных уравнений в свертках.</p> <p>Уметь: использовать основные методы для решения линейных и нелинейных интегральных уравнений, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, а также обладать навыками численной реализации указанных методов на различных типах ЭВМ; применять полученные знания при изучении других дисциплин: математическое моделирование, граничные интегральные уравнения, математические модели экономики и экологии, нелинейные уравнения математической физики.</p> <p>Владеть: навыками формализации прикладных задач; способностью выбирать конкретные методы анализа и синтеза для их решения; навыками решения формализованных физико-механических задач.</p>
		ПК-1.2. Использует существующие математические модели и соответствующий математический аппарат	<p>Знать: методы приближенного решения дифференциальных уравнений: методы коллокации и моментов.</p> <p>Уметь: применять полученные знания при изучении других дисциплин: математическое моделирование, граничные интегральные уравнения, математические модели экономики</p>

	<p>й аппарат для решения задач в области экономики и техники</p>	<p>и экологии, нелинейные уравнения математической физики.</p>
		<p>Владеть: навыками формализации прикладных задач; способностью выбирать конкретные методы анализа и синтеза для их решения; навыками решения формализованных физико-механических задач.</p>

	нормой.																			
1.3	Тема 1.3. Связь спектрального радиуса с вопросами обратимости оператора $I - A$. Ряд Неймана. Метод итераций для решения линейных уравнений в банаховых пространствах.		5-6	8	2	2	4			10				6						
1.4	Тема 1.4. Метод итераций для решения нелинейных уравнений в банаховых пространствах. Спектральные свойства линейных операторов. Метод Ньютона – Канторовича.		7-8	8	2	2	4			10				9			8			
2	Раздел 2. Применение итерационных методов	5		36	9	9	18			53	33			20						
2.1	Тема 2.1. Основные итерационные методы линейной алгебры.		9-10	8	2	2	4			10										
2.2	Тема 2.2. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Резольвента и ее свойства. Итерационные методы решения интегральных уравнений.		11-12	8	2	2	4			10							12			
2.3	Тема 2.3. Итерационные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных и других типов уравнений.		13-14	8	2	2	4			3				15						
2.4	Тема 2.4. Основные методы ускорения сходимости итерационных процессов.		15-17	12	3	3	6			10				18						
	<i>Другие виды контактн. работы</i>			3																
	<i>Подготовка к экзамену</i>									36										
	Общая трудоемкость, в часах			68	17	17	34			109	73			36	Промежуточная аттестация					
															Форма		Семестр			
															Зачет					
															Экзамен		5			

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Принцип сжимающих отображений. Общая теория итерационных методов	Теорема Банаха о сжимающих отображениях, некоторые варианты и обобщения. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Использование эквивалентной нормы. Спектральный радиус линейного оператора. Связь с эквивалентной нормой. Связь спектрального радиуса с вопросами обратимости оператора $I - A$. Метод итераций для решения линейных уравнений в банаховых пространствах. Ряд Неймана. Метод итераций для решения нелинейных уравнений в банаховых пространствах. Спектральные свойства линейных операторов. Метод Ньютона – Канторовича.
2.	Применение итерационных методов	Основные итерационные методы линейной алгебры. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Резольвента и ее свойства. Итерационные методы решения интегральных уравнений. Итерационные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных и других типов уравнений. Основные методы ускорения сходимости итерационных процессов.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Итерационные методы» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения»; по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- организации самостоятельной работы на основе лично-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет - ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

Другие виды контактной работы: проведение консультаций, прием экзаменов.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	Тема 1.1. Теорема Банаха о сжимающих отображениях, некоторые варианты и обобщения. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 2, № 9.6, 9.7, 9.8, 9.12.	10
3-4	Тема 1.2. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Использование эквивалентной нормы. Спектральный радиус линейного оператора. Связь с эквивалентной нормой.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 4, № 9.37.	10
5-6	Тема 1.3. Связь спектрального радиуса с вопросами обратимости оператора $I - A$. Ряд Неймана. Метод итераций для решения линейных уравнений в банаховых пространствах.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 5, № 9.24, стр. 6, № 24.23.	10

7-8	Тема 1.4. Метод итераций для решения нелинейных уравнений в банаховых пространствах. Спектральные свойства линейных операторов. Метод Ньютона – Канторовича.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 7, № 4 (4,5).	10
9-10	Тема 2.1. Основные итерационные методы линейной алгебры.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 12, № 4, стр. 13, № 8, 12, стр. 14, № 16, 20, стр.15, № 24.	10
11-12	Тема 2.2. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Резольвента и ее свойства. Итерационные методы решения интегральных уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 15, № 8, 9.	10
13-14	Тема 2.3. Итерационные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных и других типов уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 16, № 1.	3
15-17	Тема 2.4. Основные методы ускорения сходимости итерационных процессов.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить материал по указанной теме	П. 7; Приложение 1, стр. 16, № 12.	10
1-17	Все темы	Подготовка к экзамену	Изучить материал по указанным темам	П. 7	36

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.
- **Подготовка рефератов и докладов** осуществляется с использованием дополнительной литературы.
- **Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование Контрольная работа	Принцип сжимающих отображений. Общая теория итерационных методов	ПК-1
2	Собеседование Контрольная работа	Применение итерационных методов	ПК-1

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Итерационные методы».

Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля можно посмотреть <http://moodle.pnzgu.ru> в разделе дисциплины

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

1. Найти производную по Фреше интегрального оператора $\int_a^b g(t, \tau) x^2(\tau) d\tau$ в пространстве $C[a, b]$.
2. Записать схему итерационного метода Ньютона – Канторовича для нелинейного интегрального уравнения $x(t) + \int_0^{2\pi} h(t, \tau) x^2(\tau) d\tau = f(t)$, где $h(t, \tau) = \cos(t - \tau)$, $f(t) = \sin t$.
3. Найти производную по Фреше интегрального оператора $\int_a^b g(t, \tau, x(\tau)) d\tau$ в пространстве $C[a, b]$, где $g(t, \tau, x(\tau)) = x^4(\tau) - \sin t$.

Демонстрационный вариант контрольной работы №2

1. Составить схему метода итераций для системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy - 10y = 5, \\ 2x + y^3 = 2. \end{cases}$$

2. Составить схему метода итераций для уравнения

$$u(x) = \cos x - \int_0^x (x - \xi) \cos(x - \xi) u(\xi) d\xi.$$

Темы лабораторных работ

1. Численные методы решения нелинейных уравнений.
2. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Численное решение уравнений в частных производных.
4. Численное решение интегрального уравнения Фредгольма.

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

1. Теорема Банаха о сжимающих отображениях, некоторые варианты и обобщения.
2. Применение принципа сжимающих отображений для решения алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Использование эквивалентной нормы.
4. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Использование эквивалентной нормы.
5. Метод итераций для решения линейных уравнений в банаховых пространствах. Общие вопросы. Ряд Неймана.
6. Метод итераций для решения нелинейных уравнений в банаховых пространствах. Общие вопросы.
7. Метод Ньютона Канторовича.
8. Спектральные свойства линейных операторов. Общие вопросы.
9. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Резольвента и ее свойства. Итерационные методы.
10. Основные итерационные методы линейной алгебры
11. Основные методы ускорения сходимости итерационных процессов
12. Итерационные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных и других типов уравнений

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Итерационные методы»

а) литература:

1. Треногин В. А. Функциональный анализ: учебник. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. 20 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=4668
2. Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учеб. пособие. - М.: Физматлит, 2002. - 240 с. 20 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=4648
3. Саад, Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х т.: учеб. пособие. Т. 1 / Ю. Саад ; пер. с англ. Х. Д. Икрамова ; авт. предисл. В. А. Садовничий. - 2-е изд. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. - 344 с. 30 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=15974
4. Елисеева Т. В. Прикладной функциональный анализ: учебное пособие. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2012. - 80 с. 26 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=15311
5. Захаров Ю.Н. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений: учебное пособие [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Кемерово: Издательство КемГУ (Кемеровский государственный университет), 2011. — 170 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=30143

б) Интернет-

ресурсы

https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0

в) программное обеспечение

1) ПО «MathCad», регистрационный номер 969/CL073530 (25 лицензий) (УИ), договор АО «СофтЛайн Трейд» 2010 г.

бессрочный

2) Microsoft VISUAL STUDIO 2010, Microsoft VISUAL STUDIO 2010

договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.)

продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031

(подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

г) Другое материально-техническое обеспечение

Занятия по дисциплине «Прикладной функциональный анализ» проводятся в лекционных аудиториях университета. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах университета.

Рабочая программа дисциплины «Итерационные методы» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. № 11

Программу составили:

Бойкова Алла Ильинична, доцент кафедры «ВиПМ»


(Ф.И.О., должность, подпись)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11

от « 01 » 07 2019 года


Зав. кафедрой «ВиПМ»


И. В. Бойков
(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой

«Высшая и прикладная математика»

(название кафедры)



И. В. Бойков
(подпись, Ф.И.О., дата)


Программа одобрена методической комиссией факультета вычислительной техники

Протокол № 10

от « 03 » 07 2019 года

Председатель методической комиссии
факультета вычислительной техники


Н. Н. Коннов
(подпись)


Т. В. Глушкова
(Ф.И.О.)

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой