

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Л.Р.Фионова

« 03 »

07

2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.ДВ.02.02 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ**

Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Направленность (профиль подготовки) «Математическое моделирование в
экономике и технике»

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Пенза, 2019

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются приобретение обучающимися знаний и умений по

- обучению их применения при решении задач в области экономики и техники;
- выработке навыков применять оптимальные методы решения задач в инженерной и технической практике.
- обучению использовать математический аппарат для выявления естественнонаучной сущности проблем в области экономики и техники.

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих трудовых функций:

- А/01.5 Осуществление выполнения экспериментов и оформления результатов исследований и разработок (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»).
- А/02.5 Осуществление проведения работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»).
- А/03.5 Подготовка элементов документации, проектов планов и программ проведения отдельных этапов работ (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»).
- С/05.6 Разработка концепции системы (профстандарт 06.022 «Системный аналитик»).
- С/06.6 Разработка технического задания на систему (профстандарт 06.022 «Системный аналитик»).
- С/07.6 Организация оценки соответствия требованиям существующих систем и их аналогов (профстандарт 06.022 «Системный аналитик»).

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» в учебном плане содержится в вариативной части блока Б1 «Дисциплины (модули) ОПОП» и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для бакалавра по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика». Данная дисциплина имеет логическую и содержательно-методологическую взаимосвязь с другими дисциплинами, так как углубляет и закрепляет математические и естественнонаучные знания и навыки, сформированные в результате изучения дисциплин базовой части. Изучение данной учебной дисциплины базируется на знании дисциплин: Математический анализ; Теория функций комплексного переменного; Теория графов и математическая логика; Дифференциальные уравнения; Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов; Уравнения математической физики; Методы оптимизации; Физика; Исследование операций; Численные методы; Математическое моделирование; Дискретная математика; Теория функций и элементы функционального анализа; Дополнительные главы алгебры; Нелинейные уравнения математической физики. Основные положения дисциплины должны быть использованы при изучении дисциплин: Архитектура ЭВМ; Теория массового обслуживания; Граничные интегральные уравнения; Комбинаторика; Теория возмущений; Асимптотический анализ; Основы экономической синергетики; Вариационное исчисление; Метод конечных элементов; Теория приближения; Конструктивные средства математики; Теория колебаний; Теория игр; Прикладной функциональный анализ; Итерационные методы; Математические модели экономики; Математические модели экологии; Элементы финансовой математики; Элементы актуарной математики; Параллельные вычисления и

параллельное программирование; Информационные технологии в экономике; Квадратурные и кубатурные формулы.

Основные положения дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при выполнении научно-исследовательской работы, подготовке выпускной квалификационной работы и осуществлении профессиональной деятельности специалиста.

3. Результаты освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
ПК-1	Способен выявить естественнонаучную сущность проблем в области экономики и техники, готов использовать для их решения существующие математические модели и соответствующий математический аппарат	ПК-1.2. Использует существующие математические модели и соответствующий математический аппарат для решения задач в области экономики и техники	<p><i>Знать</i> основные понятия и основные технические приемы математической теории дифференциальной геометрии и топологии.</p> <p><i>Уметь</i> использовать методы теории дифференциальной геометрии и топологии для решения задач в области техники; самостоятельно разбираться в математическом аппарате теории дифференциальной геометрии и топологии, содержащемся в технической литературе; доводить решение задачи до практически приемлемого результата; уметь проводить доказательства и делать выводы</p> <p><i>Владеть</i> навыками математического аппарата теории дифференциальной геометрии и топологии, позволяющего выявить естественнонаучную сущность проблем в области экономики и техники и использовать для их решения существующие математические модели.</p>

4. Структура и содержание дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

4.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)							
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа					Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контролльн. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект)	др.
				Всего	Лекция	Практические занятия	Др. виды контакт. работы (экзамен, консультации)	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.	Курсовая работа (проект)	Подготовка к зачету								
1.	Раздел 1. Дифференциальная геометрия	5	1-9	20	10	10		18												
1.1.	Тема 1.1. Теория кривых	5	1-4	10	5	5		9				4				4				
1.2.	Тема 1.2. Теория поверхностей	5	5-9	10	5	5		9				9		9	10					
2.	Раздел 2. Основы топологии, теории многообразий	5	10-17	16	8	8		18					10		11					
2.1.	Тема 2.1 Общая топология	5	10-15	8	4	4		9				15			12					
2.2.	Тема 2.2. Теория многообразий	5	16-17	8	4	4		9						17	17					
	Другие виды контактной работы			1,95			1,95	0,05												
	Подготовка к зачету							36												
	Общая трудоемкость, в часах	72		35,95	17	17	1,95	36,05				36	Промежуточная аттестация							
												Форма		Семестр						
												Зачет		5						

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Теория кривых	Вектор - функции скалярного аргумента. Гладкие кривые и параметризации. Касательная к гладкой линии. Длина дуги гладкой линии. Натуральная параметризация. Кривизна и кручение линии. Формулы Френе. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
2.	Теория поверхностей	Поверхности. Понятие гладкой регулярной поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности. Площади областей. Внешняя геометрия и вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна. Главные направления и главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности. Внутренняя геометрия поверхности. Девивационные формулы. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна. Изометрия поверхностей. Геодезические.
3.	Общая топология	Задание топологии. Открытые и замкнутые области. Отделимые пространства. Компактные пространства. Метрические пространства. Топологические пространства. База топологии. Непрерывность и гомеоморфизм. Связность. Компактность. Аксиомы отделимости. Сепарабельность.
4.	Теория многообразий	Топологические многообразия. Эйлерова характеристика. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Гладкие многообразия.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения»; по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- организации самостоятельной работы на основе лично-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы

общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д. Для лиц с ограниченными возможностями здоровья выбор мест прохождения практик учитывает состояние здоровья и требования по доступности.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-4	Теория кривых	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала. Решение задач № 1,2,10,12,17 гл.1; № 8,13,21,24,35,38 гл.2. Подготовиться к собеседованию по теме 1.1	П.1,2,3 П.1 П.1,2,3	9
5-9	Теория поверхностей	Подготовка к аудиторным занятиям. Подготовка к к.р.№1 Подготовка к тестированию	Изучение теоретического материала. Решение задач № 1,6,11,16,24,26,29,34,38 гл.3. Подготовиться к собеседованию по теме 1.2. Подготовиться к тестированию	П.1,2,3 П.1 П.1,2,3	9
10-15	Общая топология	Подготовка к аудиторным занятиям. Подготовка к докладу.	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 2.1. Подготовить реферат по выбранной теме.	П.2, 4-10 П.2, 4-10 П.2, 7-10	9
16-17	Теория многообразий	Подготовка к аудиторным занятиям. Подготовка к к.р.№2. Подготовка к докладу	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовить реферат по выбранной теме.	П.2, 4-10 П.2, 4-10	9
1-17	Все темы	Подготовка к зачету	Изучение теоретического материала. Решение задач	П.1-10	

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** должна включать, прежде всего, проработку лекционного материала по конспекту лекций, а затем, по мере необходимости, изучение основной и дополнительной литературы по осваиваемой теме, а также решения предложенных задач. Приветствуется самостоятельный поиск студентом дополнительной и специальной литературы.

- **Подготовка к зачету** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	1.Собеседования 1.1, 1.2 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания 1.1, 1.2 для проверки умений и навыков 3. Проведение контрольной работы №1 4. Тестирование	Раздел 1. Дифференциальная геометрия	ПК-1
2	1.Собеседования 2.1 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания 2.1 для проверки умений и 3 Проведение контрольной работы №2	Раздел 2. Основы топологии, теории многообразий	ПК-1
3	Зачет	Разделы 1,2	ПК-1

1. Текущий контроль знаний студентов (максимальное количество 60).

Учитываются результаты 2 контрольных работ, каждая из которых оценивается по 10 баллов (**20** баллов); **20** баллов за решение практико-ориентированных заданий и ответов на вопросы во время собеседования на практических занятиях; **10** баллов за тест; **10** баллов за подготовку реферата м доклад. Всего **60** баллов.

2 Промежуточный контроль знаний студентов (максимальное количество баллов 40) определяется следующим образом: ответы на 1, 2 вопрос билета по зачету – до 10 баллов, выполнение 3 задания – до 10 баллов, дополнительные вопросы в рамках курса до 10 баллов. Всего **40** баллов.

Зачет по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» складывается из текущего рейтинга (60 баллов) и промежуточного рейтинга (40 баллов). Всего **100** баллов.

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ *Фонд оценочных средств по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология»*.

Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля смотри moodle.pnzgu.ru

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

1. Написать уравнения касательной и нормали к плоской кривой $Y = x^2 + 4x + 3, z = 0$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
2. Найти углы, под которыми пересекаются линии $y = \sin x$ и $y = \cos x$.
3. Докажите, что проекцией линии $z = x^2 + 2y^2, 2x - 4y + z - 1 = 0$ на плоскости $ХОУ$ является эллипс и вычислите его полуоси.
4. Вычислите кривизну и кручение кривой $x = 2t, y = \ln t, z = t^2$.
5. Вычислить I и II квадратичные формы поверхности:
 $X = (a+b \cos u) \cos v, y = (a+b \cos u) \sin v, z = b \sin u$, и найдите главные направления.

Демонстрационный вариант контрольной работы №2

1. Докажите, что открытый круг гомеоморфен открытому квадрату.
2. Докажите, что $(0; 1)$ и $[0; 1)$ не гомеоморфны.
3. Во множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$ задано семейство $\tau = \{\emptyset, X, \{3\}, \{3, 4\}\}$. Докажите, что τ – топологическая структура, найдите её базис и замыкание множества $\{1, 2\}$.
4. Докажите, что сфера S^2 является двумерным многообразием.
5. Докажите, что отрезок прямой является одномерным многообразием с краем.
6. Являются ли многообразиями следующие топологические пространства: 1) объединение двух пересекающихся прямых; 2) пространство с тривиальной топологией; 3) пространство с дискретной топологией.
7. Какое многообразие получится при склеивании граничных окружностей цилиндра, если отождествить точки, лежащие на одной образующей?

Собеседование и задания по теме 1.1

1. Векторная функция называется непрерывной, если?
2. Касательной к параметризованной кривой называется?
3. Особой точкой параметризованной кривой, заданной вектор-функцией называется точка, в которой?
4. Точками спрямления параметризованной кривой называются точки в которых?
5. Вектор второй производной от радиус-вектора кривой по натуральному параметру направлен?
6. Построить линию $x = \frac{3-t}{3+t}, y = \frac{t}{3+t}$.
7. Найти кривизну и кручение линии $x = t^3 - 2t + 1, y = t^2 - 3t, z = 4 - t^2$ при $t = -2$.
8. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \cos x$ между точками $x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{3}$.
9. Написать уравнения касательной и нормали к плоской кривой $y = x^2 + 4x + 3, z = 0$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
10. Найти углы, под которыми пересекаются линии $y = \sin x$ и $y = \cos x$.

Собеседование и задания по теме 1.2

1. Нормалью поверхности называется?
2. Касательной плоскостью поверхности называется?

3. Соприкасающейся плоскостью кривой называется?
4. Нормальной плоскостью пространственной кривой называется?
5. Спрямяющей плоскостью пространственной кривой называется?
6. Какие из следующих плоских фигур гомеоморфны а) окружность и граница квадрата, б) круг и отрезок, в) квадрат и отрезок, г) квадрат и его граница.
7. Вычислить I и II квадратичные формы поверхности $x=(a+b \cos u) \cdot \cos v$, $y=(a+b \cos u) \cdot \sin v$, $z=b \sin u$, и найдите главные направления.
8. Написать уравнение нормали и касательной плоскости к поверхности $x = u$, $y=u^2-2 \cdot u \cdot v$, $z = u^3 - 3 \cdot u^2 \cdot v$ в точке $M(1; 3; 4)$.

Собеседование по теме 2.1

1. Дать определение метрического пространства. Привести примеры.
2. Дать определение топологического пространства. Привести примеры.
3. Дать определение базы топологии. Критерий базы.
4. Дать определение непрерывности и гомеоморфизма.
5. Привести примеры гомеоморфных фигур.
6. Дать определение связных и линейно связных пространств.
7. Дать определение компактных пространств. Критерий компактности.
8. Аксиомы отделимости. Привести примеры.
9. Какие из следующих плоских фигур гомеоморфны а) окружность и граница квадрата, б) круг и отрезок, в) квадрат и отрезок, г) квадрат и его граница.

Демонстрационный вариант теста

1. Вектор-функция $r(t)$ каждому аргументу t ставит в соответствие:
 - а) число; б) вектор; в) точку; г) скаляр.
2. Уравнением $r(t) = a + bt + ct^2$, t - любое, где a , b и c - постоянные векторы, b и c взаимно перпендикулярные единичные векторы, задается:
 - а) гипербола; б) парабола; в) эллипс; г) прямая.
3. Проекция винтовой линии $x = a \cdot \cos(t)$; $y = a \cdot \sin(t)$; $z = bt$ на координатную плоскость есть:
 - а) прямая; б) окружность; в) пилообразная ломаная; г) синусоидальная линия.
4. Плоскость, проходящая через данную точку гладкой кривой ортогонально касательной, называется:
 - а) соприкасающейся плоскостью; б) спрямяющей плоскостью;
 - в) касательной плоскостью; г) нормальной плоскостью.
5. Прямая, проходящая через данную точку гладкой кривой $r = r(t)$ параллельно вектору первой производной, называется:
 - а) касательной; б) нормалью; в) бинормалью; г) главной нормалью.
6. Уравнения касательной к линии $x = a \cdot \cos(t)$; $y = b \cdot \sin(t)$; $z = e^t$ при $t = 0$ имеют вид:
 - а) $\frac{x-a}{1} = \frac{y}{b} = \frac{z-1}{a}$ б) $\frac{x-a}{b} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{1}$
 - в) $\frac{x-a}{0} = \frac{y}{b} = \frac{z-1}{1}$ г) $\frac{x-a}{1} = \frac{y}{b} = \frac{z-1}{0}$
7. Векторно-параметрическое уравнение $r = (a \cdot \cos(u) \cdot \cos(v)$; $a \cdot \cos(u) \cdot \sin(v)$; $a \cdot \sin(u)$) задает:

а) эллипсоид; б) сферу; в) тор; г) однополостный гиперболоид.

8. Пусть поверхность задана своей гладкой параметризацией, $K(u,v)$ и $H(u,v)$ - её полная (гауссова) и средняя кривизны в произвольной точке соответственно. Точка поверхности называется эллиптической, если в этой точке:

а) $K = 0$, $H \neq 0$; б) $K < 0$; в) $K > 0$; г) $K = 0$, $H = 0$.

Примерные темы рефератов

1. Топологические структуры, топологические пространства. Открытые множества. Окрестности и их свойства
2. Внутренние, внешние и граничные точки. Свойства. Примеры. Теорема об открытом множестве.
3. Метрические пространства. Примеры. Топология, индуцированная метрикой.
4. Замкнутые множества. Свойства. Операция замыкания. Свойства. Теорема о замкнутом множестве.
5. База топологии. Теорема о базе. Пространства со счетной базой. Примеры.
6. Подпространства топологического пространства. Примеры.
7. Отделимое топологическое пространство. Понятие предельной точки и предела. Теорема о единственности предела.
8. Связные и несвязные топологические пространства. Критерий. Примеры.
9. Компактность. Теорема о замкнутости компакта.
10. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Гомеоморфизмы. Примеры. Предмет топологии.
11. Понятие многообразия. Примеры.

Вопросы и задания к зачету

1. Вектор-функции действительной переменной. Действия с вектор-функциями.
2. Предел и непрерывность вектор-функции в точке.
3. Дифференцируемость вектор-функции, правила дифференцирования.
4. Физический и геометрический смысл производной вектор-функции.
5. Гладкие кривые. Примеры.
6. Гомеоморфизм.
7. Касательная к гладкой кривой.
8. Натуральная параметризация. Вычисление длины дуги в произвольной и натуральной параметризации.
9. Кривизна линии. Ее вычисление в натуральной параметризации кривой.
10. Кручение линии. Его вычисление в натуральной параметризации кривой.
11. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
12. Касательная, главная нормаль и бинормаль, их уравнения.
13. Соприкасающаяся, нормальная и спрямляющая плоскости. Их уравнения.
14. Формулы Френе.

15. Гладкие поверхности. Способы задания.
16. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
17. Первая квадратичная форма поверхности.
18. Вычисление длин дуг и углов между гладкими линиями на поверхности.
19. Вычисление площадей.
20. Вторая квадратичная форма поверхности.
21. Нормальная кривизна линии на поверхности, ее вычисление.
22. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности.
23. Главные направления и главные кривизны.
24. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности в точке.
25. Примеры поверхностей постоянной кривизны.
26. Дериационные формулы. Символы Кристоффеля.
27. Теорема Гаусса (о полной кривизне).
28. Изометрия поверхностей.
29. Понятие об изгибании и внутренней геометрии поверхностей.
30. Геодезическая кривизна и геодезические линии. Примеры.
31. Метрические пространства. Примеры.
32. Топологические пространства. Примеры.
33. База топологии. Критерий базы.
34. Подпространства топологических пространств. Примеры.
35. Непрерывность и гомеоморфизм. Примеры гомеоморфных фигур.
36. Связные и линейно связные пространства.
37. Компактные пространства. Критерий компактности.
38. Аксиомы отделимости. Примеры.
39. Счетные множества. Примеры.
40. Сепарабельность и вторая аксиома счетности.
41. Топологические многообразия.
43. Эйлерова характеристика многообразия.
44. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия.
45. Классификация связных замкнутых двумерных многообразий.
46. Гладкие многообразия.

Задачи

1. Показать, что для линии $\bar{r} = \{e^t \cos t, e^t \sin t, e^t\}$ отношение кривизны к

кручению остаётся постоянным для всех точек линии.

2. Определить кручение линии $\vec{r} = (\cos t)i + (\sin t)j + (cht)k$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \\ z = e^t \end{cases} \text{ от } t=0 \text{ до произвольного } t.$$

4. Определить единичные векторы касательной и главной нормали кривой

$$\vec{r} = (e^t \cos t)i + (e^t \sin t)j + (e^t)k \text{ в точке } t = \frac{\pi}{2}.$$

5. Составить уравнения касательной, нормальной плоскости и соприкасающейся плоскости кривой $\vec{r}(t) = ti + t^2j + t^3k$ в точке $t=2$.

6. Доказать, что линия $\vec{r} = (a_1t^2 + b_1t + c_1, a_2t^2 + b_2t + c_2, a_3t^2 + b_3t + c_3)$ плоская и составить уравнение той плоскости, в которой она расположена.

7. Дан радиус – вектор точки $\vec{r} = \{a \sin t; -a \cos t; bt^2\}$, t – время. Найти годографы скорости и ускорения.

8. На линии $\vec{r} = \cos t i + \sin t j + e^t k$ найти точку, касательная в которой параллельна плоскости $\sqrt{3}x + y - 4 = 0$.

9. Составить натуральные уравнения линий:

$$\vec{r} = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t)).$$

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины

а) учебная литература:

1. Романова Е.Г. Дифференциальная геометрия: учебное пособие / Е.Г. Романова; Пенз. гос. ун-т. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2010. - 72 с. – 31 экз. Режим доступа

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=13406

2. Мищенко А.С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии: учебник / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. - М: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 304 с. -19 экз.

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=5675

3. Долгарев, А. И. Краткий курс евклидовой дифференциальной геометрии: учебное пособие / А. И. Долгарев ; Пенз. гос. ун-т. - Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2006. - 140 с. - 61 экз.

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=7264

б) Интернет-ресурсы:

4. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2: учебник / Атанасян Л.С., Базылев В.Т. – Изд-во: КноРус, 2015. – 422 с. - Режим доступа <https://www.book.ru/book/918819>

5. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 1: учебное пособие. / Гусева Н.И.,

Денисова Н.С., Тесля О.Ю. – Изд-во: КноРус, 2016. – 527 с. - Режим доступа <https://www.book.ru/book/919238>

6. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 2: учебное пособие. / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. – Изд-во: КноРус, 2016. – 528 с. - Режим доступа <https://www.book.ru/book/919239>

7. Геометрия и топология: Учебно-методическое пособие. / Асташова И.В., Никишкин В.А. - Издательство: Евразийский открытый институт, 2011. -264 с. - Режим доступа <https://www.book.ru/book/905472>

8.Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс]: учебник / В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. — Электрон. дан. — М.: Физматлит, 2012. — 207 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59618

9.Паньженский, В.И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2015. — 237 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67459>

10.Подран, В.Е. Элементы топологии [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2008. — 187 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=315

в) Программное обеспечение.

г) Занятия по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» проводятся в лекционных аудиториях университета.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04. — «Прикладная математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г., № 11.

Программу составили:

1. Романова Е.Г., доцент кафедры ВиПМ



Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11 от « 01 » 04 2019 года

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., профессор



Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой ВиПМ

д.ф.-м.н., профессор



Бойков И.В.

Программа одобрена методической комиссией ФВТ (института)

Протокол № 10 от « 03 » 04 2019 года

Председатель методической комиссии ФВТ
к.т.н., доцент



Глотова Т.В.

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой