

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВТ

  
(Подпись)

Фионова Л.Р.  
(Фамилия, инициалы)

« 3 » 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.23 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль подготовки) Вычислительная математика и компьютерные науки

Квалификация выпускника – Бакалавр

Форма обучения очная

Пенза, 2019

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Вычислительная линейная алгебра» являются углубленное изучение линейной алгебры, теоретическая и практическая подготовка студентов в области вычислительной алгебры, а также умение использовать полученные знания в других математических дисциплинах и педагогической деятельности.

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих трудовых функций:

- А/01.6 «Организация учебной деятельности обучающихся по освоению учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и (или) ДПП» (профессиональный стандарт 01.004 «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «8» сентября 2015 г. № 608н)

- А/02.6 «Педагогический контроль и оценка освоения образовательной программы профессионального обучения, СПО и (или) ДПП в процессе промежуточной и итоговой аттестации» (профессиональный стандарт 01.004 «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «8» сентября 2015 г. № 608н)

- А/03.6 «Разработка программно-методического обеспечения учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и (или) ДПП» (профессиональный стандарт 01.004 «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «8» сентября 2015 г. № 608н)

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Вычислительная линейная алгебра» находится в обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является одной из дисциплин, формирующих общепрофессиональные и профессиональные знания, умения и навыки, характерные для бакалавра по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» направленности (профиля подготовки) «Вычислительная математика и компьютерные науки».

*Изучение данной дисциплины базируется* на знании курса «Алгебра» в объеме курса средней школы и дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

*Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:*

- Обыкновенные дифференциальные уравнения, нелинейные дифференциальные уравнения, комплексный анализ, функциональный анализ, численные методы, численные методы решения задач алгебры и анализа/численные методы решения задач линейной алгебры;
- при подготовке выпускной квалификационной работы.

### 3. Результаты освоения дисциплины «Линейная алгебра»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК – 1.4. Обладает теоретическими знаниями и решает задачи специальных разделов математики	<b>Знать:</b> основные положения вычислительной линейной алгебры <b>Уметь:</b> решать задачи вычислительной линейной алгебры <b>Владеть:</b> опытом использования знаний по вычислительной линейной алгебре для решения задач математики и смежных дисциплин
ПК-1	Способен использовать в педагогической деятельности базовые научно-теоретические знания и практические умения по математике	ПК-1.1. Использует в педагогической деятельности базовые научно-теоретические знания, полученные в области математических наук	<b>Знать:</b> теоретические основы вычислительной линейной алгебры <b>Уметь:</b> доказывать теоретические утверждения вычислительной линейной алгебры <b>Владеть:</b> опытом применения полученных теоретических знаний по вычислительной линейной алгебре в педагогической деятельности
		ПК-1.2. Применяет в педагогической деятельности основные методы решения различных задач математики	<b>Знать:</b> основные методы решения задач вычислительной линейной алгебры <b>Уметь:</b> решать задачи вычислительной линейной алгебры <b>Владеть:</b> опытом использования практических знаний по вычислительной линейной алгебре в педагогической деятельности

## 4. Структура и содержание дисциплины «Вычислительная линейная алгебра»

### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных единиц, 504 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации		
				Контактная работа				Самостоятельная работа				Коллоквиум	Проверка контрольных работ	
				Всего	Лекция	Практические занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Курсовая работа (проект)	Подготовка к экзамену	Другие виды самостоятельной работы			
1	Раздел 1. Алгебра полиномов	2	1-2											
	Тема 1.1. Полиномы над числовым полем $F$ .	2	1	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 1.2. Приводимость и делимость полиномов	2	1	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 1.3. Алгоритм Евклида для целых чисел и многочленов.	2	2	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 1.4. Взаимно простые полиномы.	2	2	2	1	1		1				1	8	8
2.	Раздел 2. Корни полиномов	2	3-4											
	Тема 2.1. Корни полиномов и разложение на множители.	2	3	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 2.2. Производный полином.	2	3	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 2.3. Метод и схема Горнера.	2	4	4	2	2		2				2	8	8
3.	Раздел 3. Симметрические и эрмитовы, ортогональные и унитарные матрицы	2	5-6											
	Тема 3.1. Унарные операции над матрицами	2	5	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 3.2. Ортогональные матрицы. Группа ортогональных матриц	2	5	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 3.3. Унитарные матрицы. Группа унитарных матриц	2	6	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 3.4. Полная проблема собственных значений эрмитовых матриц	2	6	2	1	1		1				1	8	8
4.	Раздел 4. Линейные и квадратичные формы	2	7-10											
	Тема 4.1. Линейные формы: основные понятия и определения	2	7	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 4.2. Квадратичные формы: основные понятия и определения	2	7	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 4.3. Приведение квадратичных форм к каноническому и нормальному видам	2	8	2	1	1		1,3				1,3	8	8
	Тема 4.4. Ранг произведения матриц, ранг квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм над полем действительных чисел	2	8	2	1	1		1				1	8	8
	Тема 4.5. LDR- разложение	2	9	2	1	1		1				1	17	17

	Тема 4.6. Приведение квадратичных форм к каноническому виду посредством замены переменных с унитарной матрицей. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм	2	9	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 4.7. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду	2	10	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 4.8. Одновременное приведение двух квадратичных форм к каноническому виду	2	10	2	1	1		1,5		1,5	17	17
5.	Раздел 5. Эрмитовы формы	2	11-12									
	Тема 5.1. Эрмитовы формы – аналог квадратичных форм	2	11	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 5.2. Приведение эрмитовой формы к каноническому виду посредством замены переменных с унитарной матрицей. Положительно определенные эрмитовы формы	2	11	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 5.3. Унитарное преобразование эрмитовой формы к каноническому виду	2	12	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 5.4. Одновременное приведение двух эрмитовых форм к каноническому виду	2	12	2	1	1		1		1	17	17
6.	Раздел 6. Полиномиальные матрицы ( $\lambda$ -матрицы) и матричные полиномы	2	13-16									
	Тема 6.1. Полиномиальные матрицы и приведение $\lambda$ -матрицы к каноническому виду	2	13	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.2. Инвариантные множители $\lambda$ -матрицы	2	13	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.3. Унимодулярные $\lambda$ -матрицы	2	14	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.4. Матричные полиномы	2	14	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.5. Подобие числовых матриц	2	15	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.6. Жордановы матрицы и их свойства	2	15	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.7. Аннулирующий полином. Минимальный полином	2	16	2	1	1		1		1	17	17
	Тема 6.8. Минимальный полином как инвариантный множитель, теорема Гамильтона-Кэли	2	16	2	1	1		1,5		1,5	17	17
7.	Раздел 7. Группа подстановок	2	17	4	2	2		2		2	17	17
	<i>Иная контактная работа</i>	2		4,7				4,7				
	<i>Подготовка к экзамену</i>	2						36		36		
	Общая трудоемкость, в часах	2		<b>72,7</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>4,7</b>		<b>71,3</b>	<b>36</b>	<b>35,3</b>
8.	Раздел 8. Линейные пространства над полем вещественных или комплексных чисел	3	1-3									
	Тема 8.1. Аксиомы линейного пространства и простейшие (важнейшие) теоремы	3	1	4	2	2		4		4	8	8
	Тема 8.2. Феномен конечной размерности линейного пространства	3	2	4	2	2		4		4	8	8
	Тема 8.3. Подпространства линейных пространств. Линейные оболочки	3	3	4	2	2		4		4	8	8
9.	Раздел 9. Прямое произведение пространств и пряма сумма подпространств	3	4-6									
	Тема 9.1. Прямое произведение линейных пространств	3	4	4	2	2		4		4	8	8
	Тема 9.2. Сумма подпространств линейного пространства	3	5	4	2	2		4		4	8	8
	Тема 9.3. Прямая сумма подпространств	3	6	4	2	2		4		4	8	8
10.	Раздел 10. Нормированные пространства	3	7-8									
	Тема 10.1. Неравенства общематематического значения	3	7	4	2	2		4		4	8	8
	Тема 10.2. Нормированные линейные пространства над числовым полем F	3	8	4	2	2		4		4	8	8
11.	Раздел 11. Евклидовы пространства	3	9-11									
	Тема 11.1. Скалярное умножение в линейном пространстве; евклидово пространство	3	9	4	2	2		4		4	17	17
	Тема 11.2. Ортогонализация базиса в евклидовом пространстве	3	10	2	1	1		2		2	17	17
	Тема 11.3. Матрица Грама	3	10	2	1	1		3		3	17	17



	Тема 18.1. Нормы линейного оператора	4	10	4	2	2		2			2	17	17
	Тема 18.2. Спектральная норма линейного оператора	4	11	2	1	1		2			2	17	17
	Тема 18.3. Евклидова норма матрицы и ее свойства	4	11	2	1	1		2			2	17	17
	Тема 18.4. Экстремальные свойства собственных значений самосопряженного оператора	4	12	4	2	2		2			2	17	17
	Тема 18.5. Линейные операторные уравнения в унитарных пространствах	4	13	4	2	2		2			2	17	17
19.	Раздел 19. Основы линейной многомерной геометрии	4	14-17										
	Тема 19.1. Аффинное пространство над числовым полем $F$	4	14	4	2	2		2			2	17	17
	Тема 19.2. Аффинизируемость и линеаризируемость; размерность, изоморфизм линейных пространств	4	15	4	2	2		2			2	17	17
	Тема 19.3. Аффинные системы координат (АСК)	4	16	2	1	1		2			2	17	17
	Тема 19.4. Линейные многообразия аффинных пространств	4	16	2	1	1		2			2	17	17
	Тема 19.5. Евклидовы аффинные пространства	4	17	4	2	2		2			2	17	17
	<i>Иная контактная работа</i>	4		6,2			6,2		30				
	<i>Подготовка к экзамену</i>	4						36		36			
	Общая трудоемкость, в часах	4		<b>74,2</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>6,2</b>	<b>105,8</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>39,8</b>		
	Общая трудоемкость, в часах			<b>219,6</b>	<b>102</b>	<b>102</b>	<b>15,6</b>	<b>284,4</b>	<b>30</b>	<b>108</b>	<b>146,4</b>		
									Промежуточная аттестация				
									Форма		Семестр		
									Экзамен		2,3,4		

## 4.2. Содержание дисциплины

1. Определение полинома и его степени. Действия над полиномами, степени полиномов при сложении и умножении. Критерий обратимости полинома. Деление с остатком. Делитель полинома. Определение приводимости/ неприводимости полинома. Делимость полиномов и ее свойства. НОД двух полиномов. Алгоритм Евклида для многочленов. Взаимно простые полиномы и их свойства. Критерий взаимной простоты. НОД нескольких полиномов.
2. Определение корня и остатка полинома, кратные корни. Разложение полинома в произведение неприводимых над полем  $\mathbb{C}$ . Разложение полинома в произведение неприводимых над полем  $\mathbb{R}$ . Дифференцирование в кольце полиномов. Простые и кратные корни полиномов. Обнаружение кратных корней. Понижение степени уравнения, имеющего кратные корни. Метод и схема Горнера.
3. Транспонирование, комплексное сопряжение матрицы, основные свойства комплексного сопряжения. Симметризация, свойства симметризации матрицы. Симметрическая матрица, критерий симметрической матрицы. Альтернация, свойства альтернации матрицы. Кососимметрическая матрица, критерий кососимметрической матрицы. Эрмитово сопряжение матрицы, свойства. Ортогональность и нормируемость столбцов, строк с действительными коэффициентами. Определение ортогональной матрицы, детерминант ортогональной матрицы. Группа ортогональных матриц. Ортогональность и нормированность столбцов, строк с комплексными коэффициентами. Определение унитарной матрицы. Детерминант унитарной матрицы. Группа унитарных матриц. Собственные значения и собственные векторы эрмитовой матрицы. Собственные векторы симметрической вещественной матрицы.
4. Определение линейной формы. Действия над линейными формами. Линейная зависимость/ независимость линейных форм. Канонический базис пространства линейных форм. Определение квадратичной формы. Положительная, отрицательная, неопределенная квадратичная форма. Инвариантность положительной определенности. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному видам. Приведение квадратичной формы к нормальному виду над полем  $\mathbb{C}$ . Приведение квадратичной формы к нормальному виду над полем  $\mathbb{R}$ . Оценка ранга произведения матриц. Формула ранга произведения двух матриц. Ранг матрицы квадратичной формы, ранг квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Угловые субматрицы и угловые миноры. LDR-разложение. Критерий LDR-разложимости. Выражение элементов диагональной матрицы LDR-разложения через угловые миноры. LDR-разложение симметрической матрицы. Критерий приводимости квадратичных форм к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду посредством замены переменных с ортогональной матрицей. Подобные матрицы. Основные свойства подобия. Теорема об одновременном приведении двух квадратичных форм к каноническому виду.
5. Эрмитовы формы: определение и простые свойства. Приведение эрмитовой формы к каноническому виду. Приведение эрмитовой формы к нормальному виду над полем  $\mathbb{C}$ . LDR-разложение эрмитовой матрицы, критерий. Положительно определенные эрмитовы формы, критерий, критерий Сильвестра. Унитарное преобразование эрмитовой формы к каноническому виду. Одновременное приведение двух эрмитовых форм к каноническому виду.
6. Определение полиномиальной матрицы. Элементарные преобразования  $\lambda$ -матриц над числовым полем. Эквивалентность  $\lambda$ -матриц. Канонические  $\lambda$ -матрицы. Приведение  $\lambda$ -матрицы к каноническому виду. Инвариантные множители  $\lambda$ -матрицы,



единственность канонической формы  $\lambda$ -матрицы. Унимодулярные  $\lambda$ -матрицы. Элементарные  $\lambda$ -матрицы. Сведение элементарных преобразований к матричному умножению. Критерий эквивалентности двух  $\lambda$ -матриц. Матричные полиномы: определение и свойства. Деление матричных полиномов с остатком. Подобие числовых матриц: определение и простейшие свойства. Основным критерий подобия числовых матриц. Жорданова клетка. Канонический вид характеристической матрицы для жордановой клетки. Канонический вид характеристической матрицы  $J - \lambda E$  для жордановой матрицы  $J$ . Критерий подобия жордановых матриц. Матричный корень полинома. Теорема Гамильтона-Кэли.

7. Подстановки и перестановки, циклы в теории подстановок. Выражение детерминанта матрицы через все элементы самой матрицы.
8. Линейное пространство. Простейшие теоремы линейного пространства. Определение линейной зависимости (независимости) системы векторов. Свойства. Критерий линейной зависимости. Базис и размерность линейного пространства. Изменение координат вектора при переходе от одного базиса к другому. Изоморфизм линейного пространства. Критерий изоморфности двух линейных пространств. Определение подпространства линейного пространства. Линейная оболочка. Размерность линейной оболочки. Теорема о размерности подпространства. Связь между базисами пространства и подпространства.
9. Прямое произведение двух линейных пространств. Базис и размерность прямого произведения конечномерных пространств. Сумма подпространств. Размерности подпространств, их суммы, пересечения. Прямая сумма подпространств. Критерий прямой суммы по единственности разложения. Разложение конечномерного линейного пространства в прямую сумму своих подпространств.
10. Определение нормы и нормированного пространства. Норма на прямом произведении двух нормированных линейных пространств.
11. Скалярное умножение в линейном пространстве, евклидово пространство. Базис и размерность евклидова пространства. Ортогональный, нормированный, ортонормированный базис евклидова пространства. Алгоритм процесса ортогонализации. Изоморфизм евклидовых пространств.
12. Скалярное умножение и его простейшие свойства в комплексном пространстве. Определение унитарного пространства. Угол между ненулевыми векторами в унитарном пространстве, ортогональные векторы. Ортогональный, нормированный, ортонормированный базис, скалярное произведение векторов через их координаты в унитарном пространстве. Матрица Грамма в унитарном пространстве, свойства. Переход к новому базису в унитарном пространстве. Изоморфизм унитарных пространств.
13. Определение линейного оператора и линейного функционала. Действия над линейными операторами. Тожественный оператор. Умножение операторов, свойства. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при изменении базисов линейных пространств. Детерминант и ранг оператора. Дефект матрицы, дефект оператора. Матрицы суммы и произведения операторов. Обратимый и обратный операторы. Матрица обратного оператора. Критерии обратимости «функциональный», «детерминантный» и «ядерный».
14. Определение инвариантного подпространства. Инвариантность пересечения и суммы подпространств. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический полином и характеристическое уравнение линейного оператора. Критерий собственного значения. Спектр линейного оператора. Собственное подпространство. Полиномиальный оператор, коммутирование полиномиальных операторов. Корень полинома. Операторный полином. Теорема Гамильтона-Кэли. Индуцированный оператор. Расщепление линейного оператора. Нильпотентный оператор, нильпотентная матрица. Критерий нильпотентности. Ядра степеней нильпотентного

- оператора. Жорданов базис нильпотентного оператора. Жорданов базис оператора с единственным собственным значением. Жорданов базис линейного оператора.
15. Линейный функционал. Сопряженное пространство. Размерность сопряженного пространства. Сопряженный базис. Второе сопряженное пространство. Канонический изоморфизм пространств  $\mathcal{L}$  и  $\mathcal{L}^{**}$ . Свертка, результат свертки. Билинейный функционал. Ранг билинейного функционала. Симметричный билинейный функционал. Кососимметричный билинейный функционал. Невырожденный и вырожденный билинейный функционал. Критерий невырожденности билинейного функционала. Квадратичный функционал. Полярный функционал, полярная форма. Специальное представление линейного функционала в евклидовом пространстве. Полуторалинейный функционал. Эрмитово - сопряженные полуторалинейные функционалы. Эрмитов функционал. Полярный функционал и полярная форма. Критерий эрмитово-сопряженности. Специальное представление линейного функционала в унитарном пространстве
  16. Сопряженный оператор. Свойства сопряжения. Ядра и образы сопряженных операторов. Нормальный оператор. Критерий нормальности оператора. Определение и характерные свойства унитарного оператора, нормальность. Определение самосопряженного оператора, эрмитов и симметричный самосопряженный оператор. Представление произвольного линейного оператора в виде комбинации эрмитовых. Критерий самосопряженности произведения самосопряженных операторов. Критерий самосопряженности оператора. Нормальность самосопряженности оператора. Вещественность собственных значений самосопряженного оператора. Собственные векторы самосопряженного оператора. Положительный (неотрицательный) самосопряженный оператор. Корень из положительного оператора. Эрмитовость и неотрицательность операторных произведений  $AA^*$ ,  $A^*A$ . Специальные ортонормированные базисы. Сингулярная пара базисов. Полярное разложение оператора. Разложение, двойственное «полярному». Полярное разложение невырожденного оператора.
  17. Симметричный оператор в евклидовом пространстве. Ортогональный оператор, эквивалентность свойств. Конформность ортогонального преобразования. Собственные и несобственные ортогональные преобразования. Простейший вид матрицы линейного оператора одномерного и двумерного пространств. Простейший вид матрицы ортогонального преобразования в двумерном пространстве. Инвариантность ортогонального дополнения. Простейший вид матрицы линейного оператора. Простое отражение и простое вращение в евклидовом пространстве.
  18. Согласованная норма и ее спектральное свойство. Подчиненная норма и ее экстремальное свойство. Норма произведения. Норма в унитарном (евклидовом) пространстве. Спектральная норма. Связь спектральной нормы оператора  $A$  со спектром оператора  $(A^*A)$ . Инвариантность спектральной нормы при унитарных преобразованиях. Евклидова норма матрицы, свойства. Инвариантность евклидовой нормы матрицы оператора относительно ортонормированных базисов. Лемма о спектре самосопряженного оператора. Максимальное свойство собственных значений. Сравнение спектров самосопряженных операторов. Линейные операторные уравнения в унитарных пространствах. Сопряженное уравнение, простое логическое правило. Альтернатива Фредгольма. Нормальное решение.
  19. Определение аффинного пространства, аксиомы. Простейшие теоремы теории аффинных пространств. Каноническая аффинизируемость линейного пространства. Каноническая линейаризируемость носителя аффинного пространства с отмеченной точкой. Размерность аффинного пространства. Аффинные системы координат. Линейное многообразие и его размерность. Евклидовы аффинные пространства.

## 5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, курсовая работа, экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В каждом семестре проводятся контрольные работы и коллоквиумы (или письменные тесты).

Обучающиеся, из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на компьютере, в формате тестирования и т.д.) и позволяют оценить достижения ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровня сформированности всех заявленных компетенций. На экзамен приглашается сопровождающий, который обеспечивает техническое сопровождение студенту. При необходимости студенту-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене.

Другие виды контактной работы: консультации, подготовка к экзамену.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

### Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по балльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий. В течение каждого семестра студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. В каждом семестре предусмотрены коллоквиумы и контрольные работы.

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2, 2 сем.	Алгебра полиномов	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Алгебра полиномов», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	4
3-4, 2 сем.	Корни полиномов	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Корни полиномов», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	4
5-6, 2 сем.	Симметрические и эрмитовы, ортогональные и унитарные матрицы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Симметрические и эрмитовы, ортогональные и унитарные матрицы», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	4

7-10, 2 сем.	Линейные и квадратичные формы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Линейные и квадратичные формы», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>8,8</b>
11-12, 2 сем.	Эрмитовы формы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Эрмитовы формы», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>4</b>
13-16, 2 сем.	Полиномиальные матрицы и матричные полиномы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Полиномиальные матрицы и матричные полиномы», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>8,5</b>
17, 2 сем.	Группа подстановок	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Группа подстановок», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>2</b>
2 сем.		Подготовка к экзамену			<b>36</b>
1-3, 3 сем.	Линейные пространства над полем вещественных или комплексных чисел	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Линейные пространства над полем вещественных или комплексных чисел», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>12</b>
4-6, 3 сем.	Прямое произведение пространств и пряма сумма подпространств	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Прямое произведение пространств и пряма сумма подпространств», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>12</b>
7-8, 3 сем.	Нормированные пространства	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Нормированные пространства», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>8</b>

9-11, 3 сем.	Евклидовы пространства	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Евклидовы пространства», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>15</b>
12, 3 сем.	Унитарные пространства	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Унитарные пространства», изучив дополнительную литературу	Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с.	<b>4</b>
13-14, 3 сем.	Линейные операторы и функционалы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Линейные операторы и функционалы», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>8,3</b>
15-17, 3 сем.	Полная проблема собственных значений	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Полная проблема собственных значений», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>12</b>
3 сем.		Подготовка к экзамену			<b>36</b>
1-3, 4 сем.	Линейные, билинейные, полуторалинейные функционалы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Линейные, билинейные, полуторалинейные функционалы», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>7</b>
4-7, 4 сем.	Сопряженные и самосопряженные операторы	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Сопряженные и самосопряженные операторы», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>8,8</b>
8-9, 4 сем.	Линейные отображения в евклидовом пространстве	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Линейные отображения в евклидовом пространстве», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>4</b>

10-13, 4 сем.	Нормы линейных операторов	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Нормы линейных операторов», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>10</b>
14-17, 4 сем.	Основы линейной многомерной геометрии	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по теме «Основы линейной многомерной геометрии», изучив дополнительную литературу	Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с.	<b>10</b>
4 сем.		Курсовая работа			<b>30</b>
4 сем.		Подготовка к экзамену			<b>36</b>

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студенты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает дополнительные практические задания (списки задач из учебников и сборников задач согласно списку учебной литературы и интернет-ресурсов по изучаемой дисциплине).

Подготовка к контрольным работам включает самостоятельное изучение необходимого теоретического материала и решение задач по изученной теме. Подготовка к коллоквиумам подразумевает самостоятельное изучение теоретического материала по курсу лекций и с использованием учебной литературы и интернет-ресурсов по изучаемой дисциплине.

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

#### *Контроль освоения компетенций*

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Алгебра полиномов Корни полиномов Симметрические и эрмитовы, ортогональные и унитарные матрицы Линейные и квадратичные формы	ОПК-1, ПК-1
2	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Эрмитовы формы Полиномиальные матрицы и матричные полиномы Группа подстановок	ОПК-1, ПК-1
3	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Линейные пространства над полем вещественных или комплексных чисел Прямое произведение пространств и пряма сумма подпространств Нормированные пространства	ОПК-1, ПК-1
4	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Евклидовы пространства Унитарные пространства Линейные операторы и функционалы Полная проблема собственных значений	ОПК-1, ПК-1
5	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Линейные, билинейные, полуторалинейные функционалы Сопряженные и самосопряженные операторы Линейные отображения в евклидовом пространстве	ОПК-1, ПК-1
6	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Нормы линейных операторов Основы линейной многомерной геометрии	ОПК-1, ПК-1

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Вычислительная линейная алгебра».

Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля доступны в ЭИОС (<http://moodle.pnzgu.ru>) в разделе Оценочные средства по дисциплине в курсе «Вычислительная линейная алгебра».

#### **7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины «Вычислительная линейная алгебра»**

а) учебная литература:

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. - М.: Лань, 2013.—432 с. (<https://e.lanbook.com/book/30198#authors>)
2. Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учеб. - СПб: Лань, 2009. — 336 с. (<https://e.lanbook.com/book/289>)
3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. - М.: ЛБЗ, 2010. — 480 с. (<https://e.lanbook.com/book/529#authors>)
4. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Лань, 2008. — 288 с. (<https://e.lanbook.com/book/399#authors>)

5. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре: учебное пособие для ВУЗов. - СПб.: Лань, 2007. — 416 с. (<https://e.lanbook.com/book/397#authors>)

б) Интернет-ресурсы

1. <http://biblio.mccme.ru/books/> - Свободно распространяемые издания Московского Центра непрерывного математического образования.
2. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> - Электронная физико-математическая библиотека EqWorld
3. <http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал Math-Net.Ru
4. <https://elibrary.ru> - Научная электронная библиотека
5. <http://lineal.guru.ru> – Базовая электронная энциклопедия по линейной алгебре LINEAL



Рабочая программа дисциплины Б1.О.23 «Вычислительная линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. № 8.

Программу составили:

1. \_\_\_\_\_ Родионова И.А., доцент каф. МСМ Родионова  
(Ф.И.О., должность, подпись)

2. \_\_\_\_\_  
(Ф.И.О., должность, подпись)

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры МСМ

Протокол № 11 от « 28 » 06 2018 года

Зав. кафедрой МСМ \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Г.  
(подпись, Ф.И.О.)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 10 от « 5 » 07 2019 года

Председатель методической комиссии  
факультета ВТ

Глотова Глотова Т.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учеб- ный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой