

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

Л.Р. Фионова
« 03 » 04 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.30 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ И ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»
Направленность (профиль подготовки) «Математическое моделирование в экономике и технике»
Квалификация выпускника – бакалавр
Форма обучения – очная

Пенза, 2019

Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа» являются

- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- формирование у обучаемых математических знаний для успешного овладения общенаучными и общеинженерными дисциплинами на необходимом научном уровне.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Теория функций и элементы функционального анализа» в учебном плане находится в обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для бакалавра по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами дисциплин: «Физика», «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Элементы современной теории интегрального исчисления», «Интегральные преобразования», «Теория линейных пространств и операторов», «Теория графов и математическая логика», и практик: «Учебная практика: (научно-исследовательская работа)».

Дисциплина служит основой для дальнейшего изучения таких дисциплин как: «Случайные процессы», «Нелинейные уравнения математической физики», и практик: «Производственная практика (технологическая)», «Производственная практика (научно-исследовательская работа)», «Производственная практика (преддипломная)».

3. Результаты освоения дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять знания фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практики	ОПК 1.4. Применяет оптимальные методы решения задач в инженерной практике, используя фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук	<p>знать</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия теории метрических пространств: основные примеры метрических пространств, сходимость, непрерывные отображения метрических пространств, полнота, принцип сжимающих отображений, компактность - основные понятия теории нормированных пространств: примеры, связь с метрическими пространствами, сходимость и линейные свойства, выпуклость, компактность - основные понятия теории линейных операторов: непрерывность и ограниченность, норма, линейные ограниченные функционалы, обратные операторы и их свойства - основные понятия теории евклидовых и гильбертовых пространств: основные примеры, ортогонализация, ортогональные разложения, ряды Фурье. <p>уметь</p>

			<p>- решать задачи функционального анализа, связанные с рассматриваемыми понятиями и теоремами;</p> <p>- применять основные понятия теории евклидовых и гильбертовых пространств, нормированных пространств при решении численных задач.</p> <p>владеть</p> <p>- навыками решения задач функционального анализа, связанными с метрическими и нормированными пространствами, теорией линейных операторов</p>
--	--	--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4. Структура и содержание дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа»

4.1. Структура дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)		
				Контактная работа				Самостоятельная работа				Проверка контролн. работ	Проверка реферата	Контроль выполнения домашнего задания
				Всего	Лекции	Практические занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат	Подготовка к экзамену			
1.	Раздел 1. Метрические и нормированные пространства.	4	1-7	21	14	7		12	7	5		5	9	2-8
1.1.	Тема 1.1. Понятие и примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах.	4	1-2	6	4	2		3	2	1		5	9	2
1.2.	Тема 1.2. Полнота в метрических пространствах. Принцип сжимающих отображений и его применение к решению различных видов уравнений.	4	3-5	9	6	3		3	2	1		5	9	4-5
1.3	Тема 1.3. Компактность в метрических пространствах.	4	6	3	2	1		3	2	1		5	9	7
1.4	Тема 1.4. Норма элемента. Нормированные пространства.	4	7	3	2	1		3	1	2		5	9	8
2.	Раздел 2. Евклидовы и гильбертовы	4	8-	9	6	3		9	6	3		10	12	9-11

	пространства.		10											
2.1.	Тема 2.1. Понятие пространства со скалярным произведением. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства.	4	8-9	6	4	2		6	4	2		10	12	9
2.2.	Тема 2.2. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.	4	10	3	2	1		3	2	1		10	12	11
3.	Раздел 3. Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах.	4	11-17	21	14	7		31.3	31	0.3		15	16	12-17
3.1.	Тема 3.1. Линейный функционал и оператор в нормированном пространстве. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора и функционала.	4	11-12	6	4	2		6	6			15	16	12
3.2.	Тема 3.2. Теорема Хана-Банаха. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Понятие обратного оператора.	4	13-14	6	4	2		6	6			15	16	14-15
3.3.	Тема 3.3. Теоремы об обратном операторе. Компактный оператор и его свойства.	4	15-16	6	4	2		6	6			15	16	16
3.4.	Тема 3.4. Спектр оператора и резольвента.	4	17	3	2	1		13.3	13	0.3			17	17
	<i>Другие виды контактной работы</i>			4.7										
	<i>Подготовка к экзамену</i>							36			36			
	Общая трудоемкость, в часах			55.7	34	17	4.7	88.3	44	8.3	36	Промежуточная аттестация		
												Форма	Семестр	
												Экзамен	4	

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Метрические и нормированные пространства.	Понятие и примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах. Полнота в метрических пространствах. Принцип сжимающих отображений и его применение к решению различных видов уравнений. Компактность в метрических пространствах. Норма элемента. Нормированные пространства.
2.	Евклидовы и гильбертовы пространства.	Понятие пространства со скалярным произведением. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.
3.	Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах.	Линейный функционал и оператор в нормированном пространстве. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора и функционала. Теорема Хана-Банаха. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Понятие обратного оператора. Теоремы об обратном операторе. Компактный оператор и его свойства. Спектр оператора и резольвента.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения» (темы 1.1, 2.1, 3.1); по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- организации самостоятельной работы на основе личностно-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

При организации самостоятельной работы студентов и, при необходимости, при проведении аудиторных занятий используются /могут быть использованы дистанционные образовательные технологии

Другие виды контактной работы: проведение консультаций, прием экзаменов.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	Тема 1.1. Понятие и примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 6-21 108 задачи 1.1-1.12; 2 стр. 57-77; 3 стр. 23-32	2
3-5	Тема 1.2. Полнота в метрических пространствах. Принцип сжимающих отображений и его применение к решению различных видов уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 22-39 108 задачи 1.13-1.30; 2 стр. 78-97; 3 стр. 33-45	2
6	Тема 1.3. Компактность в метрических пространствах.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 40-46 108 задачи 1.31-1.33; 2 стр. 115-123; 3 стр. 48-54	2
7	Тема 1.4. Норма элемента. Нормированные пространства.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучить теоретический материал	П.7 а) 1 стр. 47-61	1

		занятиям и контрольной работе, решение задач	ский материал, решить задачи	стр. 108 задачи 2.1-2.6; 2 стр. 139-164; 3 стр. 63-76	
8-9	Тема 2.1. Понятие пространства со скалярным произведением. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 62-67 стр. 108 задачи 3.1-3.6; 2 стр. 166-175	4
10	Тема 2.2. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 68-74 стр. 108 задачи 3.7-3.10; 2 стр. 176-193	2
11-12	Тема 3.1. Линейный функционал и оператор в нормированном пространстве. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора и функционала.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 75-93 стр. 108 задачи 4.1-4.5; 2 стр. 203-212, 251-267; 3 стр. 105-117	6
13-14	Тема 3.2. Теорема Хана-Банаха. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Понятие обратного оператора.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 94-97, стр. 108 задачи 4.6-4.9; 2 стр. 149-160, 259-265	6
15-16	Тема 3.3. Теоремы об обратном операторе. Компактный оператор и его свойства.	Подготовка к аудиторным занятиям, решение задач	Изучить теоретический материал, решить задачи	П.7 а) 1 стр. 98-104, стр. 108 задачи 4.10-4.13; 2 стр. 272-287, 7; 3 стр. 118-127, 177-195	6
17	Тема 3.4. Спектр оператора и	Подготовка к	Изучить	П.7 а) 1	13

	резольвента	аудиторным занятиям	теоретический материал	стр. 104-107; 2 стр. 267-271	
1-17	Все темы	Подготовка к экзамену	Изучение теоретического материала и решение задач	П.7	36
1-17	Все темы	Написание рефератов и подготовка докладов	Темы рефератов	П.7	8.3

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- Подготовка к аудиторным занятиям, контрольным работам и коллоквиумам проводится посредством изучения курса лекций, литературы, а также решения предложенных задач.
- Подготовка рефератов и докладов осуществляется с использованием литературы.
- Подготовка к зачету – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Проведение контрольной работы	Разделы 1,3.	ОПК-1
2	Проверка реферата и заслушивание доклада	Разделы 1,2,3.	ОПК-1
3	Проведение коллоквиума	Раздел 2	ОПК-1
4	Контроль выполнения домашнего задания	Разделы 1,2,3.	ОПК-1

Материалы для проведения текущего контроля знаний и

промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория функций и элементы функционального анализа».

Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля можно посмотреть <http://moodle.pnzgu.ru> в разделе дисциплины.

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа»

а) Литература

1. Кудряшова Н.Ю. Элементы теории функций и функционального анализа. Учебное пособие. Изд-во ПГУ, 2015 – 12 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=17422
2. Элементы теории функций и функционального анализа. Авторы: Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Издательство: Физматлит. Издание: 7-е изд. ISBN 978-5-9221-0266-7; 2009 г. Кол-во страниц: 572. ЭБС Лань.
http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=2206
3. Краткий курс функционального анализа. Авторы: Люстерник Л.А., Соболев В.И. Издательство: Лань. Издание: 2-е изд., стер. ISBN 978-5-8114-0976-1; 2009 г. Кол-во страниц: 272. ЭБС Лань
http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=245

б) Интернет-ресурсы

в) Программное обеспечение

1. ПО «Microsoft Windows» (подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard); регистрационный номер 00037FFEBACF8FD7 Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.) Продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

г) Другое материально-техническое обеспечение

Рабочая программа дисциплины «Теория функций и элементы функционального анализа» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. №11.

Программу составили:

Кудряшова Н.Ю.  доцент кафедры ВиПМ

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11 от «01» 07 2019 года

Зав. кафедрой ВиПМ  д.ф.м.н., проф. Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Высшая и прикладная математика»

Зав. кафедрой ВиПМ  д.ф.м.н., проф. Бойков И.В.

Программа одобрена методической комиссией ФВТ

Протокол № 10 от «03» 07 2019 года

Председатель методической комиссии ФВТ

К.т.н., доцент



Глотова Т.В.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и
регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой
2020- 2021	№1 от 01.09.20	Без изменений	