

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

УТВЕРЖДАЮ



Декан факультета

 Л.Р.Фионова

«03» 07 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

М1.В.04 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (магистерская программа) «Математическое моделирование в
экономике и технике»

Квалификация выпускника – магистр

Форма обучения – очная

Пенза, 2019

Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Численные методы» являются

- научить студентов построению численных моделей процессов и явлений, изучаемых естественными науками, физико-техническими и инженерно-физическими дисциплинами, экологией и экономикой, анализу этих моделей;
- заложить понимание формальных основ дисциплины и выработать у студентов навыки осознанного перевода неформальных прикладных задач в численные задачи, допускающие решение на ЭВМ.

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих трудовых функций:

- В/01.6 Проведение патентных исследований и определение характеристик продукции (услуг) (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);
- В/02.6 Проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);
- В/03.6 Руководство группой работников при исследовании самостоятельных тем (профстандарт 40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»);
- D/03.7 Планирование аналитических работ в информационно-технологическом (далее - ИТ) проекте (профстандарт 06.022 «Системный аналитик»);
- D/04.7 Организация аналитических работ в ИТ-проекте (профстандарт 06.022 «Системный аналитик»);
- D/05.7 Контроль аналитических работ в ИТ-проекте (профстандарт 06.022 «Системный аналитик»);
- А/01.6 Разработка и организация выполнения мероприятий по тематическому плану (профстандарт 40.008 «Специалист по организации и управлению научно-исследовательскими и опытно-конструкторскими

работами»);

- А/01.6 Руководство разработкой программного кода (профстандарт 06.017 «Руководитель разработки программного обеспечения»);

- А/02.6 Руководство проверкой работоспособности программного обеспечения (профстандарт 06.017 «Руководитель разработки программного обеспечения»).

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина «Численные методы» в учебном плане содержится в части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП, и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для магистра по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика».

Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами следующих дисциплин: «Математические модели физики», «Математические модели и методы нанотехнологий», «Фракталы», «Динамические системы», практик: «Производственная практика (научно-исследовательская работа)», «Учебная практика (технологическая)».

Дисциплина служит основой для изучения дисциплин: «Математическая статистика», «Параллельные вычисления и параллельное программирование в численных методах/ Облачные вычисления», «Интегральные уравнения/ Вариационное исчисление и вариационные методы», практик: «Производственная практика (преддипломная)».

3. Результаты освоения дисциплины «Численные методы»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
1	2	3	

ПК-1	Способен определить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в области математического моделирования в экономике и технике, способен создавать и исследовать математические модели для их решения, применяя при этом соответствующий математический аппарат	ПК-1.1 Исследует существующие математические модели экономики и техники, проводит их теоретическое и практическое сравнение	знать математический аппарат современной теории численных методов; уметь: доказывать основные теоремы теории численных методов; владеть: представлением об основных положениях и методах численного анализа.
		ПК-1.2. Создает новые математические модели для решения задач в области экономики и техники и проводит их полное исследование	
ПК-2	Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты в области математического моделирования в экономике и технике самостоятельно и в составе научного коллектива	ПК-2.1 Выбирает, анализирует и сравнивает математические методы для проведения научных исследований в области математического моделирования	знать численные методы решения основных типов математических задач; уметь: основные модели и методы численных методов; владеть: навыками решения проблемных задач методами вычислительной математики
		ПК-2.2 Строит, обосновывает и исследует математические модели решения задач экономики и техники	
		ПК-2.3 Исследует работоспособность, адекватность и точность математических моделей с практической точки зрения, проводит анализ результатов моделирования, принимает решение на основе полученных результатов	
ПК-3	Способен углубленно анализировать проблемы, постановки и обоснования задач производственно-технологической деятельности для решения задач математического моделирования в экономике	ПК-3.2. Обосновывает математические методы решения задач производственно-технологической деятельности	знать основные модели и методы численных методов; уметь: методы исследования основных инженерных и

	и технике	ПК-3.3. Строит, применяет, исследует и сравнивает математические модели, соответствующие задачам производственно-технологической деятельности	научных задач проектирования и разработки объектов профессиональной деятельности; владеть: применением численных методов в вычислительной математике, экологии, экономике и статистике
ПК-4	Способен разрабатывать математические модели задач производственно-технологической деятельности в области экономики и техники	ПК-4.1. Строит математические модели анализа и прогноза экономических, технологических и физических процессов	знать методы исследования основных инженерных и научных задач проектирования и разработки объектов профессиональной деятельности; численные методы решения типовых математических задач; уметь: выполнять необходимые численные расчеты; оценивать точность полученных результатов; владеть: навыками реализации вычислительных алгоритмов на ЭВМ
		ПК-4.2. Разрабатывает и использует для математических моделей численные методы и комплексы программ	
		ПК-4.3. Интерпретирует математическую модель, построенную для одной предметной области, как математическую модель для других предметных областей	

4. Структура и содержание дисциплины «Численные методы»

4.1. Структура дисциплины «Численные методы»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Контактная работа					Самостоятельная работа				Собеседование	Контроль выполнения домашнего задания
				Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Подготовка к экзамену			
1.	Раздел 1. Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	3	1	4	2	1	1			6	6			2
1.1.	Тема 1.1. Причины возникновения погрешности. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений.	3	1	4	2	1	1			6	6			2
2.	Раздел 2. Приближенное вычисление определенных интегралов. Численное дифференцирование.	3	2-3	8	4	2	2			13	13			3-4
2.1.	Тема 2.1. Численное	3	2	4	2	1	1			6	6			3

	дифференцирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.												
2.2.	Тема 2.2. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Квадратурные формулы Гаусса и Чебышева. Кубатурные формулы.	3	3	4	2	1	1		7	7			4
3.	Раздел 3. Конечно-разностные методы решения задачи Коши для обыкновенных ДУ.	3	4-6	12	6	3	3		19	19		6	5-6
3.1.	Тема 3.1. Основные понятия теории разностных схем. Разложение решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.	3	4	4	2	1	1		6	6		6	5
3.2.	Тема 3.2. Оценки погрешности одношаговых методов. Метод Адамса. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов. Метод конечных разностей. Метод прогонки.	3	5	4	2	1	1		6	6		6	6
3.3	Тема 3.3. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков.	3	6	4	2	1	1		7	7		6	7
4.	Раздел 4. Проекционно-сеточные методы решения ДУ.	3	7-9	12	6	3	3		19	19		9	8-10
4.1	Тема 4.1. Основная схема алгоритмов проекционных методов. Метод Рунге.	3	7	4	2	1	1		6	6		9	8
4.2	Тема 4.2. Естественные и главные краевые условия. Метод Бубнова-Галеркина.	3	8	4	2	1	1		6	6		9	9
4.3	Тема 4.3. Метод наименьших квадратов. Проблема выбора базисных функций.	3	9	4	2	1	1		7	7		9	10

5.	Раздел 5. Численные методы решения интегральных уравнений.	3	10-12	12	6	3	3		19	19		12	11-13
5.1	Тема 5.1. Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур, методом вырожденных ядер, методом коллокации.	3	10	4	2	1	1		6	6		12	11
5.2	Тема 5.2. Решение уравнений Фредгольма методом моментов, методом наименьших квадратов, методом последовательных приближений.	3	11	4	2	1	1		6	6		12	12
5.3	Тема 5.3. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра. Численные методы решения сингулярных интегральных уравнений.	3	12	4	2	1	1		7	7		12	13
6.	Раздел 6. Численные методы решения уравнений математической физики.	3	13-17	20	10	5	5		31.3	31.3		16	14-17
6.1	Тема 6.1. Разностные методы решения уравнений теплопроводности.	3	13-14	8	4	2	2		12	12		16	14
6.2	Тема 6.2. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.	3	15-16	8	4	2	2		12	12		16	16
6.3	Тема 6.3. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.	3	17	4	2	1	1		7.3	7.3			17
	<i>Другие виды контактной работы</i>			4.7				4.7					
	<i>Подготовка к экзамену</i>								36		36		
	Общая трудоемкость, в часах			72.7	34	17	17	4.7	143.3	107.3	36	Промежуточная аттестация	
												Форма	Семестр
												Экзамен	3

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	Предмет вычислительной математики. Вычислительный эксперимент. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона. Метод последовательных приближений.
2.	Приближенное вычисление определенных интегралов. Численное дифференцирование.	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Формулы Гаусса и Чебышева. Формулы приближенного дифференцирования. Кубатурные формулы.
3.	Конечно-разностные методы решения задачи Коши для обыкновенных ДУ.	Основные понятия теории разностных схем. Оценка порядка аппроксимации разностных схем. Разложение решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Оценки погрешности одношаговых методов. Метод Адамса. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений. Численные методы решения задач Коши для уравнений высших порядков. Метод конечных разностей. Метод прогонки.
4.	Проекционно-сеточные методы решения ДУ.	Основная схема алгоритмов проекционных методов. Метод Рунге. Классические и обобщенные решения. Естественные и главные краевые условия. Метод Бубнова-Галеркина. Метод наименьших квадратов. Проблема выбора базисных функций.
5.	Численные методы решения интегральных уравнений.	Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур, методом вырожденных ядер, методом коллокации, методом моментов, методом наименьших квадратов, методом последовательных приближений. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра. Численные методы решения сингулярных интегральных уравнений.
6.	Численные методы решения уравнений математической физики.	Сетки и сеточные функции. Разностная аппроксимация дифференциальных операторов. Метод разностной прогонки. Сходимость и аппроксимация разностных схем. Устойчивость разностной схемы.

		<p>Разностные методы решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Устойчивость двухслойной разностной схемы для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод неопределенных коэффициентов. Конструирование граничных условий при построении разностных схем для уравнения теплопроводности. Решение смешанных граничных задач для уравнения теплопроводности. Разностные аппроксимации для уравнений параболического типа. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа. Аппроксимация граничных условий для уравнений эллиптического типа. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа. Задача Коши. Разностные схемы для решения смешанной граничной задачи для волнового уравнения. Правило Рунге. Устойчивость по начальным данным. Однопараметрическое семейство схем с весами. Разностные схемы расщепления. Экономичные разностные схемы. Метод переменных направлений.</p>
--	--	---

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Численные методы» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения» (темы 2.1, 3.1); по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- лабораторных работ и их защиты в виде собеседования;
- организации самостоятельной работы на основе личностно-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

При организации самостоятельной работы студентов и, при необходимости, при проведении аудиторных занятий используются /могут быть использованы дистанционные образовательные технологии.

Другие виды контактной работы: проведение консультаций, прием экзаменов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Тема 1.1. Методы численного решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №1	Подробно изучить тему 1.1, решить задание №1	П.7.) 1, 4, 3	6
2	Тема 2.1. Численное дифференцирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса..	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №2	Подробно изучить тему 2.1, решить задание №2	П.7. 1, 3, 4, 6	6
3	Тема 2.2. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Квадратурные формулы Гаусса и Чебышева.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №3	Подробно изучить тему 2.2, решить задание №3	П.7. 1, 3, 4, 6	7
4	Тема 3.1. Основные понятия теории разностных схем. Разложение решения в ряд Тейлора. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №4, выполнение	Подробно изучить тему 2.1, решить задание №4, выполнить лабораторную работу	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	6

		лабораторной работы №1 (типовое задание к лабораторной работе №1)	№1			
5	Тема 3.2. Оценки погрешности одношаговых методов. Метод Адамса. Метод неопределенных коэффициентов для построения конечно-разностных методов. Метод конечных разностей. Метод прогонки.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №5	к	Подробно изучить тему 3.2, решить задание №5	П.7. 1, 3, 4, 6	6
6	Тема 3.3. Численные методы решения задач Коши для систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №6	к	Подробно изучить тему 3.3, решить задание №6	П.7. 1, 3, 4, 6	7
7	Тема 4.1. Основная схема алгоритмов проекционных методов. Метод Рунге.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №7	к	Подробно изучить тему 4.1, решить задание №7	П.7. 1, 3, 4, 6	6
8	Тема 4.2. Естественные и главные краевые условия. Метод Бунднова-Галеркина.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №8, выполнение лабораторной работы №2 (типовое задание к лабораторной работе №2)	к	Подробно изучить тему 4.2, решить задание №4, выполнить лабораторную работу №2	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	6
9	Тема 4.3. Метод наименьших квадратов. Проблема выбора базисных функций.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №9	к	Подробно изучить тему 4.3, решить задание №9	П.7. 1, 3, 4, 6	7
10	Тема 5.1. Решение уравнений Фредгольма интерполяционным методом квадратур, методом	Подготовка к аудиторным занятиям,	к	Подробно изучить тему 5.1,	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	6

	вырожденных ядер, методом коллокации.	изучение литературы, выполнение задания №10, выполнение лабораторной работы №3 (типовое задание к лабораторной работе №3)	решить задание №10, выполнить лабораторную работу №3		
11	Тема 5.2. Решение уравнений Фредгольма методом моментов, методом наименьших квадратов, методом последовательных приближений.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №11	Подробно изучить тему 5.2, решить задание №11	П.7. 1, 3, 4, 6	6
12	Тема 5.3. Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра. Численные методы решения сингулярных интегральных уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №12	Подробно изучить тему 5.3, решить задание №12	П.7. 1, 3, 4, 6	7
13-14	Тема 6.1. Разностные методы решения уравнений теплопроводности	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №13, выполнение лабораторной работы №4 (типовое задание к лабораторной работе №4)	Подробно изучить тему 6.1, решить задание №13, выполнить лабораторную работу №4	П.7. 1, 2, 3, 4, 5, 6	12
15-16	Тема 6.2. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение литературы, выполнение задания №14	Подробно изучить тему 6.2, решить задание №14	П.7. 1, 3, 4, 6	12
17	Тема 6.3. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.	Подготовка к аудиторным занятиям, изучение	Подробно изучить тему 6.3, решить	П.7. 1, 3, 4, 6	7.3

		литературы, выполнение задания №15	задание №15		
1-17	Все темы	Подготовка к экзамену	Изучение теоретическ ого материала и решение задач	П.7	36

Задание №1.

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

1. Найти начальное приближение, для чего построить графики заданных функций. Выбрать один из корней и использовать это начальное приближение для дальнейшего уточнения,

2. Составить программу решения нелинейной системы методом Ньютона.

3. Определить корень с точностью $\varepsilon_1 = 0,01$. Определить соответствующее число итераций.

Задание №2.

Вычислить приближенно значение определенного интеграла по квадратурным формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона и Ньютона

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad \int_0^1 e^{2x} dx \quad \int_0^{\pi/4} \sin 2x dx$$

Задание №3.

Вычислить приближенно значение определенного интеграла по квадратурным формулам Гаусса и Чебышева

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad \int_0^1 e^{2x} dx \quad \int_0^{\pi/4} \sin 2x dx$$

Задание №4.

Методами Эйлера и Рунге-Кутта приближенно решить задачу Коши

$$y' = f(x, y), \quad x \in [a, b], \quad y(a) = y_0.,$$

$$f(x, y) = \frac{\cos x + y}{x}, \quad a = 0.1, b = \pi, \quad y_0 = 0;$$

Задание №5

Методом Адамса приближенно решить задачу Коши

$$y' = f(x, y), \quad x \in [a, b], \quad y(a) = y_0.$$

$$f(x, y) = \frac{\cos x + y}{x}, \quad a = 0.1, b = \pi, \quad y_0 = 0;$$

Задание №6

Приближенно решить задачу Коши для системы дифференциальных уравнений

$$y_1' + 2y_1 + y_2 = x + 1,$$

$$y_2' + y_1 + 2y_2 = x + 3,$$

$$x \in [0, 1], \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0.$$

Задание №7

Применить метод Рунге к уравнению $-\frac{d}{dx} p(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x)$,

$$u(a) = u(b) = 0, \quad p(x) = \frac{1}{1-x^2}, \quad q(x) = x^2, \quad f(x) = e^x, \quad a = -0.9, \quad b = 0.9;$$

Задание №8

Решить дифференциальное уравнение методом Бунднова-Галеркина

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0. \quad f(x) = x, \quad q(x) = 1;$$

Задание №9

Решить дифференциальное уравнение методом наименьших квадратов

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + qu = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0. \quad f(x) = x, \quad q(x) = 1;$$

Задание №10

К интегральному уравнению $y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x$, $0 \leq x \leq 1$. применить

метод вырожденных ядер, интерполяционный метод квадратур, метод коллокации.

Задание №11

К интегральному уравнению $y(x) - \int_0^1 xsy(s)ds = \frac{2}{3}x$, $0 \leq x \leq 1$. применить

метод наименьших квадратов, метод моментов.

Задание №12

Пользуясь аппаратом многочленов Чебышева, найти решение интегрального уравнения

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \frac{\varphi(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1 + y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

$$\int_{-1}^1 \left(\ln \frac{1}{|x-y|} + xy \right) \frac{\varphi(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 1 + y \quad -1 \leq y \leq 1.$$

$$\frac{d}{dy} \left(\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{x-y} + xy \right) \varphi(x) \sqrt{1-x^2} dx \right) = y, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

Задание №13

Построить явную и неявную разностную схемы для решения смешанной граничной задачи для уравнения теплопроводности. Определить условия устойчивости и порядок аппроксимации.

Задание №14

Построить разностную схему для решения задачи Пуассона в прямоугольной области.

Задание №15

Построить явную и неявную разностную схемы для решения смешанной граничной задачи для уравнения гиперболического типа. Определить условия устойчивости и порядок аппроксимации.

Типовое задание к лабораторной работе №1

Решить задачу Коши $y' = f(x, y)$, $x \in [a, b]$, $y(a) = y_0$.

- 1 Изучить теоретическую часть.
- 2 Составить программу решения дифференциального уравнения первого порядка по вычислительным схемам (1.2), (1.6), (1.7), (1.8), (1.9), (1.10) и (1.11). Отладить ее на модельной задаче.
- 3 Провести вычисления указанного варианта задачи.

4 Внести случайную погрешность в начальные данные и, проведя вычисления для измененных данных, сделать вывод об устойчивости.

5 Вывести результаты решения модельной задачи для различного числа узлов N в виде таблицы

x_i	y_h^i	$y(x_i)$	$ y_h^i - y(x_i) $

где y_h^i -значение приближенного решения в точке x_i при шаге h , $y(x_i)$ -точное значение решения в этой же точке.

6 Вывести результаты решения указанного варианта в виде

x_i	y_h^i	$y_{h/2}^i$	$ y_h^i - y_{h/2}^i $

7 Провести анализ полученных результатов.

Типовое задание к лабораторной работе №2

Решить дифференциальное уравнение методом Бубнова-Галеркина

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0.$$

1. Составить модельную задачу и отладить на ней программу.
2. Решить задачу для конкретного варианта.
3. Вывести результаты решения модельной задачи для различного числа узлов N в виде:

x_i	u_h^i	$u(x_i)$	$ u_h^i - u(x_i) $

4. Вывести результаты для поставленной задачи:

x_i	u_h^i	$u_{\frac{h}{2}}^i$	$ u_h^i - u_{\frac{h}{2}}^i $

5. Внести случайную погрешность в начальные данные и, проведя вычисления для измененных данных, сделать вывод об устойчивости.

6. Проанализировать результаты.

Типовое задание к лабораторной работе №3

Решить интегральное уравнение методом замены ядра на вырожденное

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x, s) f(s) ds$$

1. Изучить теоретическую часть.
2. Составить модельную задачу с вырожденным ядром, и на ней отладить программу.
3. Невырожденное ядро заменить приближенно вырожденным, раскладывая функцию ядра в ряд и удерживая n членов этого ряда.
4. Применить метод вырожденных ядер к полученному приближенному уравнению.
5. Погрешность оценить по разности между решениями, полученными при $n=m$ и $n=2m$.

Типовое задание к лабораторной работе №4

Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \lambda^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

в области $D = \{(x, t), 0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < t \leq T\}$.

Начальное условие

$$u(x, y, 0) = x + y.$$

Краевые условия

$$\begin{aligned} u(x, y, t) \Big|_{\substack{y=0 \\ 0 \leq x \leq 1}} &= x e^{-\beta t}, & u(x, y, t) \Big|_{\substack{y=1 \\ 0 \leq x \leq 1}} &= (x+1) e^{-\beta t}; \\ u(x, y, t) \Big|_{\substack{x=0 \\ 0 \leq y \leq 1}} &= y e^{-\beta t}, & u(x, y, t) \Big|_{\substack{x=1 \\ 0 \leq y \leq 1}} &= (y+1) e^{-\beta t}. \end{aligned}$$

1. Изучить теоретическую часть решения задачи для двумерного уравнения

теплопроводности;

2. Составить программу вычислений. Для анализа результатов вывести на печать каждый десятый временной слой.

3. Сформулировать модельную задачу, выбрав начальные и краевые условия так, чтобы модельная задача имела решение $u(x, y, t)$.

4. Сравнить приближенное и точное решения модельной задачи.

5. Решить задачу из конкретного варианта и проанализировать полученные результаты.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, литературы, реализации основных численных методов на алгоритмических языках программирования, а также решения предложенных задач.

- **Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
2	Собеседование/защита лабораторной работы	Разделы 3,4,5,6	ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4
3	Контроль выполнения домашнего задания	Разделы 1,2,3,4,5,6	ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации составляют отдельный документ – Фонд оценочных средств по дисциплине «Численные методы».

Демонстрационные варианты оценочных средств для каждого вида контроля можно посмотреть <http://moodle.pnzgu.ru> в разделе дисциплины.

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины «Численные методы»

а) Литература

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики: Учебное пособие. 7-е изд., стер. – Спб.: Издательство «Лань», 2009 11 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=11367
2. Кудряшова Н.Ю. Мойко Н.В. Численные методы. Методические указания к выполнению лабораторных работ. Изд-во ПГУ. Пенза, 2015 30 экз.
http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=17505
3. Кудряшова Н.Ю. Мойко Н.В. Численные методы. Учебное пособие Изд-во ПГУ. Пенза, 2016 42 экз. http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=18238
4. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.В. Копченова, И.А. Марон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96854>.
5. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/255>
6. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 665 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2025
7. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций,

дифференциальные и интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 400 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=537

8. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65043

б) Интернет-ресурсы

в) Программное обеспечение

1. ПО «Microsoft Windows» (подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard); регистрационный номер 00037FFEBA CF8FD7 Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.) Продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

г) Другое материально-техническое обеспечение

1. Персональные компьютеры

Рабочая программа дисциплины «Численные методы» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. №13.


Программу составили:

1. Кудряшова Н.Ю.  _____ доцент кафедры ВиПМ


Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 11 от «01» 07 2019 года

Зав. кафедрой ВиПМ проф. Бойков И.В.  _____

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Высшая и прикладная математика»

Зав. кафедрой ВиПМ проф. Бойков И.В.  _____

Программа одобрена методической комиссией ФВТ

Протокол № 10 от «03» 07 2019 года

Председатель методической комиссии ФВТ

к.т.н., доцент



Глотова Т.В.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и
регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой
2020- 2021	№1 от 01.09.20	Без изменений	