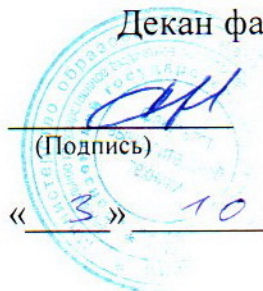


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ВТ


(Подпись) **Фионова Л.Р.**
(Фамилия, инициалы)
« 3 » 10 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

С1.1.16 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ

Специальность **01.05.01 Фундаментальные математика и механика**

Специализация **Вычислительная математика и вычислительная механика**

Квалификация (степень) выпускника – **Математик. Механик. Преподаватель**

Форма обучения **очная**

Пенза, 2016

1. Цели освоения дисциплины

«Дифференциальная геометрия и топология»

Целями освоения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии и топологии, овладение современным аппаратом дифференциальной геометрии и топологии для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания).

2. Место дисциплины в структуре ОПОП специалитета

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» в учебном плане находится в базовой части блока С1 и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для специалиста по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика» (специализация «Вычислительная математика и вычислительная механика»).

Изучение данной дисциплины базируется на знании следующих дисциплин:

- аналитическая геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения;

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- функциональный анализ, псевдодифференциальные операторы и псевдодифференциальные уравнения, математические модели в электродинамике и акустике;
- научно-исследовательская работа, подготовка и защита выпускной квалификационной работы.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данной специальности

Коды компет енции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных,	Знать: основные понятия, определения и свойства объектов дифференциальной геометрии и топологии, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
		Уметь: доказывать утверждения дифференциальной геометрии и топологии, решать задачи дифференциальной геометрии и топологии
		Владеть: аппаратом дифференциальной геометрии и топологии, методами доказательства утверждений, навыками применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания

	<p>дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности</p>	
ОПК-2	<p>способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>Знать: методы решения стандартных задач дифференциальной геометрии и топологии, основные понятия, определения и свойства объектов дифференциальной геометрии и топологии, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p> <p>Уметь: решать стандартные задачи и доказывать теоретические утверждения дифференциальной геометрии и топологии</p> <p>Владеть: аппаратом дифференциальной геометрии и топологии, методами решения задач и доказательства утверждений, навыками применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p>

4. Структура и содержание дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часов. Количество аудиторных занятий: лекции – 36 часов, практические занятия – 36 часов. Самостоятельная работа: в семестре – 72 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа			
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Коллоквиум	Контрольная работа
1.	Раздел 1. Введение в дифференциальную геометрию	5								
1.1.	Тема 1.1. Криволинейные координаты в \mathbb{R}^n	5	1	4	2	2	4	4		
1.2.	Тема 1.2. Примеры криволинейных систем координат.	5	2	4	2	2	4	4		
1.3.	Тема 1.3. Длина кривой.	5	3	4	2	2	4	4		
1.4.	Тема 1.4. Риманова метрика в области евклидова пространства.	5	4	4	2	2	4	4		
2.	Раздел 2. Общая топология	5								
2.1.	Тема 2.1. Топологические пространства.	5	5	4	2	2	4	4		
2.2.	Тема 2.2. Непрерывные отображения в ТП	5	6	4	2	2	4	4		
2.3.	Тема 2.3. Связные ТП. Аксиомы отделимости.	5	7	4	2	2	4	4		
2.4.	Тема 2.4. Компактные ТП.	5	8	4	2	2	4	4		
2.5.	Тема 2.5. Функциональная отделимость. Разбиение единицы.	5	9	4	2	2	4	4	9	9
3.	Раздел 3. Теория гладких многообразий.	5								
3.1.	Тема 3.1. Основные определения.	5	10	4	2	2	4	4		
3.2.	Тема 3.2. Замена координат. Гладкие многообразия.	5	11	4	2	2	4	4		
3.3.	Тема 3.3. Гладкие отображения на гладких многообразиях.	5	12	4	2	2	4	4		
3.4.	Тема 3.4. Задание многообразий уравнениями.	5	13	4	2	2	4	4		
3.5.	Тема 3.5. Касательные расслоения.	5	14	4	2	2	4	4		
3.6.	Тема 3.6. Подмногообразия	5	15	4	2	2	4	4		
3.7.	Тема 3.7. Риманова метрика на многообразии	5	16	4	2	2	4	4		
3.8.	Тема 3.8. Многообразия с краем. Ориентируемость многообразия	5	17-18	8	4	4	8	8	17	17
	Общая трудоемкость, в часах			72	36	36	72	72		
				Промежуточная аттестация						
				Форма				Семестр		
				Экзамен				5		

4.2. Содержание дисциплины

Тема 1.1. Предмет дифференциальной геометрии, ее цели и задачи. Области в евклидовых пространствах. Непрерывные и регулярные криволинейные системы координат.

Тема 1.2. Полярные координаты. Цилиндрические координаты. Сферические координаты.

Тема 1.3. Вычисление длины кривой в декартовой СК. Угол между кривыми. Вычисление длины кривой в криволинейной СК. Замечание о транспонировании матриц, возникающих в курсе ДГ.

Тема 1.4. Определение римановой метрики в области ЕП. Индефинитные метрики. Пространство Минковского.

Тема 2.1. Топология и топологические пространства. Аксиомы счетности. Сходимость в ТП.

Тема 2.2. Непрерывные отображения в ТП. Критерий непрерывности. Сравнение топологий.

Тема 2.3. Линейно связные и связные ТП. Теоремы о связных пространствах. Пример пространства связного, но не линейно связного.

Тема 2.4. Аксиомы отделимости T_1 и T_2 . Хаусдорфовы пространства. Дискретные ТП.

Тема 2.5. Компактность и предкомпактность. Центрированные системы множеств. Критерий компактности. Теорема о непрерывной функции на компакте.

Тема 2.6. Аксиомы отделимости T_3 , $T_{3.5}$ и T_4 . Регулярные, вполне регулярные и нормальные ТП. Теоремы об измельчении покрытия. Лемма Урысона. Теорема Титце. Теорема о разбиении единицы, подчиненном данному открытому покрытию в нормальном ТП.

Тема 3.1. Несколько примеров вместо введения в теорию гладких многообразий. Понятие n -мерного многообразия: карты, атлас, локальные СК, примеры.

Тема 3.2. Замена координат и функции перехода. Определение гладкого многообразия. Вещественно аналитические многообразия.

Тема 3.3. Определение гладкого отображения на многообразиях. Теорема о существовании гладкого разбиения единицы на компактном многообразии.

Тема 3.4. Понятие многообразия заданного уравнения. Теоремы о представлении ГМ уравнениями.

Тема 3.5. Касательные векторы к кривой и поверхности в евклидовом пространстве. Общее определение касательного вектора. Касательное пространство (КП) к многообразию, структура линейного пространства в КП. Производная по направлению касательного вектора. Общее определение дифференциального оператора на многообразии. Взамооднозначное соответствие между касательными векторами и дифференциальными операторами. Базис в касательном пространстве. Понятие касательного расслоения.

Тема 3.6. Дифференциал гладкого отображения многообразий. Необходимое условие локального максимума гладкой функции. Регулярность точки многообразия. Погружения и вложения гладких многообразий. Слабая и сильная теоремы Уитни.

Тема 3.7. Риманова метрика на гладком многообразии. Определение через метрику объемлющего многообразия. Теорема о существовании римановой метрики. Теорема Сарда.

Тема 3.8. Определение гладкого многообразия с краем. Теорема о гладкости края. Ориентирующий атлас и ориентируемое многообразие. Второе определение ОМ. Ориентируемость края ориентированного многообразия. Несколько примеров ориентируемых и неориентируемых многообразий.

5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, коллоквиумы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Контрольные работы и коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий. В семестре предусмотрены коллоквиумы и контрольные.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2, 5сем.	Криволинейные координаты в \mathbb{R}^n . Примеры криволинейных систем координат	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятие КСК.	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	8
3-4, 5сем.	Длина кривой. Риманова метрика в области евклидова пространства	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить методы вычисления длины кривой. Изучить понятие римановой метрики в области ЕП	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	8
5-6, 5сем.	Топологические пространства. Непрерывные отображения в ТП	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятия топологического пространства и непрерывного отображения в ТП	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	8
7-8, 5сем.	Связные ТП. Аксиомы отделимости. Компактные ТП.	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятия связности отделимости и компактности ТП	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	8

9, 5сем.	Функциональная отделимость. Разбиение единицы	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятия функциональной отделимости. Разбиение единицы	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	4
10- 11, 5сем.	Основные определения. Замена координат. Гладкие многообразия	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятие и свойства гладких многообразий	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	8
12, 5сем.	Гладкие отображения на гладких многообразиях	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятие и свойства гладких отображений на многообразиях	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	4
13, 5сем.	Задание многообразий уравнениями	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Освоить метода задание многообразий уравнениями	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	4
14, 5сем	Касательные расслоения	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятия касательных векторов, пространств и расслоений	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	4
15, 5сем	Подмногообразия	Подготовка к аудиторным Занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятия погружения и вложения многообразий	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С.	4

				Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	
16, 5сем	Риманова метрика на многообразии	Подготовка к аудиторным занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятие римановой метрики на многообразии	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	4
17-18, 5сем	Многообразия с краем. Ориентируемость многообразия	Подготовка к аудиторным занятиям, коллоквиуму и контрольной работе	Изучить понятие многообразия с краем и его ориентируемости	Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.	8

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студенты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает задачи для самостоятельного решения.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	коллоквиум, контрольная работа, экзамен	Криволинейные координаты в \mathbb{R}^n . Примеры криволинейных систем координат. Длина кривой. Риманова метрика в области евклидова пространства. Топологические пространства. Непрерывные отображения в ТП. Связные ТП. Аксиомы отделимости. Компактные ТП. Функциональная отделимость. Разбиение единицы	ОПК-1,2
2	коллоквиум, контрольная работа, экзамен	Основные определения. Замена координат. Гладкие многообразия. Гладкие отображения на гладких многообразиях. Задание многообразий уравнениями. Касательные расслоения. Подмногообразия. Риманова метрика на многообразии. Многообразия с краем. Ориентируемость многообразия	ОПК-1,2

Примерные списки вопросов для коллоквиумов:

Коллоквиум №1

1. Криволинейные координаты в \mathbb{R}^n . Примеры криволинейных систем координат.
2. Длина кривой.
3. Риманова метрика в области евклидова пространства.
4. Топологические пространства.
5. Непрерывные отображения в ТП.
6. Связные ТП.
7. Аксиомы отделимости.
8. Компактные ТП.
9. Функциональная отделимость. Разбиение единицы

Коллоквиум №2

1. Замена координат. Гладкие многообразия.
2. Гладкие отображения на гладких многообразиях.
3. Задание многообразий уравнениями.
4. Касательные расслоения.
5. Подмногообразия.
6. Риманова метрика на многообразии.
7. Многообразия с краем.
8. Ориентируемость многообразия

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

а) основная литература:

1. Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебное пособие / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 304 с. — ISBN 5-9221-0442-X. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154011>.
2. Розендорн, Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии : учебное пособие / Э. Р. Розендорн. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 144 с. — ISBN 978-5-9221-0821-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2295>.
3. Сизый, С. В. Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие / С. В. Сизый. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 346 с. — ISBN 978-5-9221-0742-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2320>

б) дополнительная литература:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа М.: Физматлит, 2009 (https://e.lanbook.com/book/2206#book_name).
2. Кузовлев, В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебник / В. П. Кузовлев, Н. Г. Подаева. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 208 с. — ISBN 978-5-9221-1360-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59618>.
3. Шаров, Г. С. Сборник задач по дифференциальной геометрии : учебное пособие / Г. С. Шаров, А. М. Шелехов, М. А. Шестакова. — Москва : МЦНМО, 2005. — 112 с. — ISBN

5-94057-207-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/9440>

в) Интернет-ресурсы

4. <http://www.mcsme.ru/free-books/> - Свободно распространяемые издания Московского Центра непрерывного математического образования.
5. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> - Электронная физико-математическая библиотека EqWorld
6. <http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал Math-Net.Ru
7. <http://elibrary.ru> - Научная электронная библиотека

г) Программное обеспечение

Не требуется

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

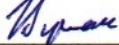
При освоении дисциплины необходимы учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий.

9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучающиеся, из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на компьютере, в формате тестирования и т.д.) и позволяют оценить достижения ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровня сформированности всех заявленных компетенций. На экзамен приглашается сопровождающий, который обеспечивает техническое сопровождение студенту. При необходимости студенту-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете и экзамене.

Рабочая программа дисциплины С1.1.16 «Дифференциальная геометрия и топология» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика».

Программу составили:

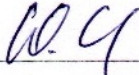
1. Цупак А.А., доцент каф. МСМ 
(Ф.И.О., должность, подпись)
2. _____
(Ф.И.О., должность, подпись)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры МСМ

Протокол № 3 от «30» сентября 2016 года


Зав. кафедрой _____


Смирнов Ю.Г.
(подпись, Ф.И.О.)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 2 от «3» 10 2016 года

Председатель методической комиссии
факультета ВТ


Глотова Т.В.
(подпись) (Ф.И.О.)

