

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

«УТВЕРЖДАЮ»



Директор ПИ

Д.В. Артамонов

2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

А1.В.ДВ.2.2 НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Направление подготовки

01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль):

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Квалификация (степень) – Исследователь. Преподаватель-исследователь.

Форма обучения: очная

Пенза – 2014 г.

1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний о роли нелинейных задач на собственные значения в изучении физических проблем и проблем естествознания; ознакомить с современным состоянием теории нелинейных задач на собственные значения и ее применением к решению задач естествознания.

Задачи дисциплины:

- изучить основные постановки задач математической физики (в частности, задач распространения электромагнитных волн в нелинейных средах), приводящих к нелинейным задачам на собственные значения;
- изучить основные постановки нелинейных задач на собственные значения для уравнений различных типов;
- изучить сведение нелинейных задач на собственные значения к дисперсионным уравнениям;
- подготовить аспирантов к применению полученных знаний для решения задач естествознания;
- подготовить аспирантов к применению полученных знаний для решения практических исследовательских задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП аспиранта

Дисциплина «Нелинейные задачи на собственные значения» относится к дисциплинам по выбору аспиранта в вариативной части учебного плана ООП по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика, профилю подготовки «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

2. Место дисциплины в структуре ОПОП аспиранта

Курс предполагает наличие у аспирантов знаний по курсам математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений; уравнений с частными производными; функционального анализа; теории функций комплексного переменного.

Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, могут быть применены при подготовке и написании диссертации по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

3. Компетенции аспиранта, формируемые в результате освоения программы дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ПК-4	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	<i>Знать:</i> основную терминологию по теме дисциплины, основные понятия и определения; основные классы методов и алгоритмов решения нелинейных уравнений.
		<i>Уметь:</i> разрабатывать численные методы решения нелинейных уравнений; доказывать (исследовать теоретически) сходимость (и/или внутреннюю сходимость) численных методов.
		<i>Владеть:</i> методами постановки и численного решения краевых и начальных задач для нелинейных уравнений.
ПК-5	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	<i>Знать:</i> о роли нелинейных задач на собственные значения в задачах естествознания; о различных постановках нелинейных задач; о сведении нелинейных задач к изучению интегрального или псевдодифференциального уравнения, основные теоремы теории нелинейных задач.
		<i>Уметь:</i> решать конкретные типы нелинейных задач на собственные значения; доказывать основные теоремы о свойствах решений нелинейных задач.
		<i>Владеть:</i> методами постановки и решения нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. Структура и содержание дисциплины «Нелинейные задачи на собственные значения»

4.1. Структура дисциплины «Нелинейные задачи на собственные значения»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, лекции 18 часов, практические занятия 18 часов, самостоятельная работа 72 часа, в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа			Оценка работы на практических занятиях	Семинар
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к практическим занятиям	Подготовка к контрольной работе		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13
	Раздел 1. Задачи, нелинейные относительно спектрального параметра.	1	1-6	12	6	6	12	6	6	1-6	
	Тема 1.1. Оператор-функции, голоморфно зависящие от спектрального параметра. Фредгольмовы и конечномероморфные оператор-функции. Собственные и присоединенные векторы. Алгебраическая и геометрическая кратность характеристического числа.	1	1-2	4	2	2	4	2	2	1-2	
	Тема 1.2. Теорема о дискретности спектра голоморфной (конечномероморфной) оператор-функции. Теорема Руше. Принцип аргумента.	1	3-4	4	2	2	4	2	2	3-4	
	Тема 1.3. Зависимость характеристических чисел и собственных векторов от параметров. Ряды Пюизо.	1	5-6	4	2	2	4	2	2	5-6	6

	Раздел 2. Операторные пучки.	1	7-12	12	6	6	12	6	6	7-12	
	Тема 2.1. Пучки Келдыша. Гиперболические пучки. Пучки, возмущенные аналитической оператор-функцией.	1	7-8	4	2	2	4	2	2	7-8	
	Тема 2.2. Теоремы о распределении спектра пучка Келдыша.	1	9-10	4	2	2	4	2	2	9-10	
	Тема 2.3. Теоремы о кратной полноте по Келдышу системы собственных и присоединенных векторов пучка. Полнота с дефектом. Базисы Шаудера, Рисса, Бари.	1	11-12	4	2	2	4	2	2	11-12	12
	Раздел 3. Задачи на собственные значения, нелинейные относительно искомой функции.	1	13-18	12	6	6	12	6	6	13-18	
	Тема 3.1. Нелинейные краевые задачи на собственные значения типа Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции нелинейных задач. Точки бифуркации.	1	13-14	4	2	2	4	2	2	13-14	
	Тема 3.2. Полуобращение линейной части оператора задачи. Метод возмущений.	1	15-16	4	2	2	4	2	2	15-16	
	Тема 3.3. Метод интегральных дисперсионных уравнений для исследования свойств спектра.	1	17-18	4	2	2	4	2	2	17-18	18
	Подготовка к экзамену						36				
	Общая трудоемкость, в часах		108	36	18	18	72	18	18	Промежуточная аттестация	
										Форма экзамен	Семестр 1

4.2. Содержание дисциплины «Нелинейные задачи на собственные значения».

РАЗДЕЛ 1. Задачи, нелинейные относительно спектрального параметра.

Тема 1.1. Оператор-функции, голоморфно зависящие от спектрального параметра. Фредгольмовы и конечномероморфные оператор-функции. Собственные и присоединенные векторы. Алгебраическая и геометрическая кратность характеристического числа.

Тема 1.2. Теорема о дискретности спектра голоморфной (конечномероморфной) оператор-функции. Теорема Руше. Принцип аргумента.

Тема 1.3. Зависимость характеристических чисел и собственных векторов от параметров. Ряды Пюизо.

РАЗДЕЛ 2. Операторные пучки.

Тема 2.1. Пучки Келдыша. Гиперболические пучки. Пучки, возмущенные аналитической оператор-функцией.

Тема 2.2. Теоремы о распределении спектра пучка Келдыша.

Тема 2.3. Теоремы о кратной полноте по Келдышу системы собственных и присоединенных векторов пучка. Полнота с дефектом. Базисы Шаудера, Рисса, Бари

РАЗДЕЛ 3. Задачи на собственные значения, нелинейные относительно искомой функции.

Тема 3.1. Нелинейные краевые задачи на собственные значения типа Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции нелинейных задач. Точки бифуркации.

Тема 3.2. Полуобращение линейной части оператора задачи. Метод возмущений.

Тема 3.3. Метод интегральных дисперсионных уравнений для исследования свойств спектра.

4.3. Особенности организации изучения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Организация изучения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с

1. ст.79, 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

2. Раздел IV, п.п. 46-51 приказа Минобрнауки России от 19.11.2013 № 1259 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)»;

3. Методические рекомендации по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса (утверждены заместителем Министра образования и науки РФ А.А. Климовым от 08.04.2014 г. № АК-44/05 вн).

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины «Нелинейные задачи на собственные значения» при проведении **аудиторных** занятий используются следующие образовательные технологии:

1. Технология традиционного обучения реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы: *лекции, практические занятия.*

2. Медиатехнология реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

2.1. *Семинары традиционные*, в ходе которых аспиранты делают краткие сообщения по рассматриваемой проблематике с использованием презентации. В виде традиционных семинаров с использованием медиатехнологий реализуются все темы.

Занятия, проводимые в интерактивной форме, в том числе с использованием интерактивных технологий, составляют 40 % от общего количества аудиторных занятий.

При организации **самостоятельной работы** используются следующие технологии:

1. Технология систематизации имеющейся информации (работа с конспектом лекции; все темы);

2. Технология поиска и сбора новой информации (работа на компьютере с целью поиска информации в базах данных, работа с учебной, справочной и научной литературой с целью подготовки к семинарам; все темы);

3. Технология анализа и представления новой информации (работа по подготовке устных сообщений на семинарах-круглых столах, все темы).

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

6.1. План самостоятельной работы аспирантов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература (номера источников из разд. 7 программы)	Количество часов
1	1.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,4;	4
2	1.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,4;	4
3	1.3	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,4;	4
4	2.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,3; дополнительная – 1	4
5	2.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,3; дополнительная – 1	4
6	2.3	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,3; дополнительная – 1	4
7	3.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1; дополнительная – 1,2	4
8	3.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1; дополнительная – 1,2	4
9	3.3	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1; дополнительная – 1,2	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы аспирантов

Аспиранты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает задания на практическую работу.

Для углубленного изучения теоретического материала, решения выданных задач, подготовки к практическим занятиям и семинарам рекомендуется пользоваться рекомендуемой литературой из раздела 7 программы, а также иной литературой из электронных библиотечных систем.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	оценка работы на практических занятиях, семинар	Оператор-функции, голоморфно зависящие от спектрального параметра. Фредгольмовы и конечномероморфные оператор-функции. Собственные и присоединенные векторы. Алгебраическая и геометрическая кратность характеристического числа.	ПК – 4,5
2	оценка работы на практических занятиях, семинар	Теорема о дискретности спектра голоморфной (конечномероморфной) оператор-функции. Теорема Руше. Принцип аргумента.	ПК – 4,5
3	оценка работы на практических занятиях, семинар	Зависимость характеристических чисел и собственных векторов от параметров. Ряды Пюизо.	ПК – 4,5
4	оценка работы на практических занятиях, семинар	Пучки Келдыша. Гиперболические пучки. Пучки, возмущенные аналитической оператор-функцией.	ПК – 4,5
5	оценка работы на практических занятиях, семинар	Теоремы о распределении спектра пучка Келдыша	ПК – 4,5
6	оценка работы на практических занятиях, семинар	Теоремы о кратной полноте по Келдышу системы собственных и присоединенных векторов пучка. Полнота с дефектом. Базисы Шаудера, Рисса, Бари.	ПК – 4,5
7	оценка работы на практических занятиях, семинар	Нелинейные краевые задачи на собственные значения типа Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции нелинейных задач. Точки бифуркации.	ПК – 4,5
8	оценка работы на практических занятиях, семинар	Полуобращение линейной части оператора задачи. Метод возмущений.	ПК – 4,5
9	оценка работы на практических занятиях, семинар	Метод интегральных дисперсионных уравнений для исследования свойств спектра.	ПК – 4,5

Вопросы к семинарам

Согласно содержанию дисциплины (см. п.4.2. программы)

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену.

1. Оператор-функции, голоморфно зависящие от спектрального параметра.
2. Фредгольмовы и конечномероморфные оператор-функции.
3. Собственные и присоединенные векторы.
4. Алгебраическая и геометрическая кратность характеристического числа.
5. Теорема о дискретности спектра голоморфной (конечномероморфной) оператор-функции.
6. Теорема Руше. Принцип аргумента.
7. Зависимость характеристических чисел и собственных векторов от параметров.
8. Ряды Пюизо.
9. Пучки Келдыша.
10. Гиперболические пучки.
11. Пучки, возмущенные аналитической оператор-функцией.
12. Теоремы о распределении спектра пучка Келдыша.
13. Теоремы о кратной полноте по Келдышу системы собственных и присоединенных векторов пучка.
14. Полнота с дефектом. Базисы Шаудера, Рисса, Бари
15. Нелинейные краевые задачи на собственные значения типа Штурма-Лиувилля.
16. Собственные значения и собственные функции нелинейных задач. Точки бифуркации.
17. Полуобращение линейной части оператора задачи.
18. Метод возмущений.
19. Метод интегральных дисперсионных уравнений для исследования свойств спектра.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Нелинейные задачи на собственные значения»

7.1. Основная литература:

1. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики: Изд-во "Физматлит", 2000 ((ЭБС Лань, <https://e.lanbook.com/book/59377#authors>).
2. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве: Издательство "Лань", 2010 (<https://e.lanbook.com/book/635#authors>).
3. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник. Нелинейные уравнения математической физики (точные решения): Издательство "Физматлит", 2011 (ЭБС Лань, https://e.lanbook.com/book/2382#book_name).
4. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности: Издательство "Физматлит", 2012 (ЭБС Лань https://e.lanbook.com/book/5268#book_name)

7.2. Дополнительная литература:

1. Карчевский М.М. Лекции по уравнениям математической физики: Издательство "Лань", 2016 (ЭБС Лань <https://e.lanbook.com/book/72982#authors>).
2. Ильинский А.С., Смирнов Ю.Г. Дифракция электромагнитных волн на проводящих тонких экранах. М.: ИПРЖР, 1996.

7.3. Интернет-ресурсы:

1. Общероссийский математический портал Math-Net: <http://www.mathnet.ru/>
2. Научная электронная библиотека Elibrary: <http://www.elibrary.ru/>
3. ЭБС Лань: <https://e.lanbook.com>

7.4. Программное обеспечение:

См. п.8 программы.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

«Нелинейные задачи на собственные значения»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

– компьютерный класс с доступом в Интернет. Отдельный ПК для преподавателя и подключенный к компьютеру проектор для демонстрации презентаций. Интерактивный компьютерный вариант – рабочее место аспиранта, компьютер (допускается одно место на два человека в течение учебного процесса). Индивидуальное рабочее место аспиранта.

– электронные презентации по теме курса в формате программных приложений Adobe Acrobat reader. Демонстрация ресурсов Интернет (избранных сайтов) по теме лекций и практических занятий, необходим браузер Opera, Yandex или иные.

– для подготовки материала к занятиям требуется пакет LaTeX.

Примечание: все вышеуказанное программное обеспечение является бесплатным и свободно распространяемым.

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (уровень подготовки кадров высшей квалификации).

Программу составили:

Смирнов Ю.Г., д.ф.-м.н., профессор,
зав. кафедрой «Математика и суперкомпьютерное моделирование»

Программа обсуждена на заседании кафедры МСМ

Протокол № 1 от «01» 09 2014 года

Зав. кафедрой _____ Смирнов Ю.Г.
(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с деканом факультета ВТ

Декан факультета ВТ

_____ Фионова Л.Р. 19.09.14.
(подпись, Ф.И.О., дата)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 1 от «15» 09 2014 года

Председатель методической комиссии факультета ВТ _____ Коннов Н.Н.
(подпись, Ф.И.О.)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

