

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ПИ

Д.В. Артамонов

10

2014г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

А1.В.ОД.3 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Направление подготовки

01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль):

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Квалификация (степень) – Исследователь. Преподаватель-исследователь.

Форма обучения: очная

Пенза – 2014 г.

1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний о роли численных методов решения краевых задач математической физики, возникающих в задачах естествознания; ознакомить с современным состоянием теории численных методов решения различных задач для дифференциальных уравнений; ознакомить с наиболее эффективными численными методами решения краевых задач для дифференциальных уравнений.

Задачи дисциплины:

- освоить углубленно методику численного решения и исследования краевых и начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и для уравнений в частных производных;
- подготовить аспирантов к применению полученных знаний для численного решения задач естествознания;
- подготовить аспирантов к применению полученных знаний для решения практических исследовательских задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП аспиранта

Дисциплина «Численные методы решения краевых задач» относится к обязательным дисциплинам вариативной части учебного плана ООП по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика, профилю подготовки «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Научно-исследовательская работа аспиранта осуществляется в каждом семестре всего периода обучения.

Курс предполагает наличие у аспирантов знаний по курсам математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений; уравнений с частными производными; функционального анализа; алгебры; теории функций комплексного переменного; численных методов.

Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, могут быть применены при подготовке и написании диссертации по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

3. Компетенции аспиранта, формируемые в результате освоения программы дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ПК-4	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	<i>Знать:</i> основную терминологию по теме дисциплины, основные понятия и определения, основные уравнения математической физики и классические задачи для них; основные классы методов решения краевых задач математической физики.
		<i>Уметь:</i> разрабатывать численные методы решения краевых задач задачи; доказывать (исследовать теоретически) сходимость (и/или внутреннюю сходимость) численных методов; реализовывать численные методы на языках программирования высокого уровня, в том числе и для многопроцессорных вычислительных систем.
		<i>Владеть:</i> методами постановки и численного решения краевых и начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.
ПК-5	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	<i>Знать:</i> о роли краевых задач в задачах естествознания; о различных постановках краевых задач и различных типах краевых условий; о сведении краевой задачи к изучению интегрального или псевдодифференциального уравнения, основные теоремы теории краевых задач.
		<i>Уметь:</i> решать конкретные типы краевых задач; доказывать основные теоремы о свойствах решений краевых задач.
		<i>Владеть:</i> методами постановки и решения краевых и начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

4. Структура и содержание дисциплины «Численные методы решения краевых задач».

4.1. Структура дисциплины «Численные методы решения краевых задач»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, лекции 18 часов, практические занятия 18 часов, самостоятельная работа 108 часа, в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)			
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа			Оценка работы на практических занятиях	Проверка решения статистических задач и упражнений	Семинар	
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к практическим занятиям	Подготовка к контрольной работе				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	Раздел 1. Решение краевых задач для уравнений с частными производными методом разностных схем.	5	1-2	8	4	4	16	16			1-2		
	Тема 1.1. Построение разностных схем. Сходимость, аппроксимация, устойчивость разностной схемы.		1	4	2	2	8	8			1		
	Тема 1.2. Методы решения сеточных уравнений.		2	4	2	2	8	8			2		2
	Раздел 2. Проекционные методы решения операторных уравнений	5	3-4	8	4	4	16	16			3-4		

	Тема 2.1. Основные проекционные методы решения операторных уравнений.		3	4	2	2	8	8		3		
	Тема 2.2. Выбор базисных и тестовых функций в проекционных методах.		4	4	2	2	8	8		4		4
	Раздел 3. Вопросы, связанные со сходимостью проекционных методов	5	5-6	8	4	4	16	16		5-6		
	Тема 3.1. Основные теоремы о сходимости проекционных методов.		5	4	2	2	8	8		5		
	Тема 3.2. Оценки погрешности приближенного решения и скорости сходимости методов.		6	4	2	2	8	8		6		6
	Раздел 4. Построение проекционно-сеточных схем для краевых задач математической физики	5	7-8	8	4	4	16	16		7-8		
	Тема 4.1. Построение проекционно-сеточных схем для эллиптических краевых задач.		7	4	2	2	8	8		7		
	Тема 4.2. Построение проекционно-сеточных схем для параболических и гиперболических уравнений.		8	4	2	2	8	8		8		8
	Раздел 5. Параллельные алгоритмы	5	9	4	2	2	8	8		9		
	Тема 5.1. Параллельные алгоритмы		9	4	2	2	8	8		9		9
	Подготовка к экзамену						36					
	Общая трудоемкость, в часах		144	36	18	18	108	72		Промежуточная аттестация		
										Форма	Семестр	
										экзамен	5	

4.2. Содержание дисциплины «Численные методы решения краевых задач».

РАЗДЕЛ 1. Решение краевых задач для уравнений с частными производными методом разностных схем.

Тема 1.1. Построение разностных схем. Сходимость, аппроксимация, устойчивость разностной схемы.

Тема 1.2. Методы решения сеточных уравнений.

Постановка некоторых краевых задач для уравнений математической физики. Метод сеток. Явная и неявная разностные схемы. Основные определения – сходимость, аппроксимация, устойчивость. Необходимое условие сходимости Куранта, Фридриха, Леви (условие КФЛ) разностной схемы. Элементы теории устойчивости разностных схем. Спектральный признак устойчивости. Теорема (В.С.Рябенского – Плакса) о связи аппроксимации, устойчивости и сходимости для линейных разностных схем. Разностные схемы решения линейного уравнения теплопроводности, нелинейного уравнения теплопроводности. Простейшие разностные схемы для решения линейного уравнения переноса. Вид некоторых часто употребляемых схем. Постановка простейшей разностной задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольной области (схема «крест»). Устойчивость схемы «крест». Обзор методов решения сеточных уравнений (метод простых итераций, метод переменных направлений, методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации). Построение разностных схем для эллиптических уравнений на нерегулярных сетках.

РАЗДЕЛ 2. Проекционные методы решения операторных уравнений

Тема 2.1. Основные проекционные методы решения операторных уравнений.

Тема 2.2. Выбор базисных и тестовых функций в проекционных методах.

Проекторы и их свойства. Выбор пространств, базисных и тестовых функций. Фinitные базисные функции. Базисные функции с прямоугольным носителем. Базисные функции с многоугольным носителем. Триангуляция многоугольных областей и нумерация базисных функций. Аппроксимация произвольных областей (в т.ч. и с криволинейной границей) многоугольными областями: влияние на сходимость в различных пространствах. Примеры простейших базисных функций и их аппроксимационные свойства. Вариационный подход к построению численных методов. Общая схема метода Ритца. Классический метод Ритца. Метод Ритца в энергетических пространствах. Естественные и главные краевые условия. Метод наименьших квадратов.

РАЗДЕЛ 3. Вопросы, связанные со сходимостью проекционных методов.

Тема 3.1. Основные теоремы о сходимости проекционных методов.

Тема 3.2. Оценки погрешности приближенного решения и скорости сходимости методов.

Проекционные методы: сходимость, критерий сходимости. Сходимость проекционного метода для оператора $(S - K)$. Сходимость проекционного метода для оператора $(I - K)$. Метод коллокации. Метод Галеркина. Базисные и тестовые функции. Теорема о сходимости метода Галеркина для оператора $(I - K)$. Коэрцитивные операторы. Сходимость метода Галеркина для уравнения с коэрцитивными операторами. Основная теорема о сходимости проекционного метода для эллиптических уравнений. Практические вопросы связанные, со сходимостью численных методов.

РАЗДЕЛ 4. Построение проекционно-сеточных схем для краевых задач математической физики

Тема 4.1. Построение проекционно-сеточных схем для эллиптических краевых задач.

Тема 4.2. Построение проекционно-сеточных схем для параболических и гиперболических уравнений.

Построение проекционно-сеточной схемы для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Решение задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго по-

рядка. Решение третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка. Решение параболического уравнения проекционно-сеточным методом. Решение гиперболического уравнения второго порядка. Некоторые вопросы численной реализации проекционно-сеточных алгоритмов: выбор пространств, построение сетки в области решения задачи, выбор базисных функций, исследование внутренней сходимости алгоритма, составление модельных задач.

РАЗДЕЛ 5. Параллельные алгоритмы

Тема 5.1. Параллельные алгоритмы

Понятие о параллельных алгоритмах. Параллельные алгоритмы для решения краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка. Параллельные алгоритмы для решения интегральных уравнений. Программная реализация параллельных алгоритмов.

4.3. Особенности организации изучения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Организация изучения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с

1. ст. 79, 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
2. Раздел IV, п.п. 46-51 приказа Минобрнауки России от 19.11.2013 № 1259 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)»;
3. Методические рекомендации по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса (утверждены заместителем Министра образования и науки РФ А.А. Климовым от 08.04.2014 г. № АК-44/05 вн).

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины «Численные методы решения краевых задач» при проведении **аудиторных** занятий используются следующие образовательные технологии:

1. Технология традиционного обучения реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

1.1. *Семинары традиционные*, имеющие основной целью углубленное изучение определенных тем курса. В виде традиционных семинаров реализуются все темы.

2. Технология развития критического мышления реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

2.1. *Семинары-круглые столы*, в ходе которых происходит групповое обсуждение аспирантами учебной проблемы под руководством преподавателя. В ходе проведения круглого стола аспиранты приобретают навыки устного изложения заранее подготовленного материала, умение выслушивать коллег-сокурсников, делать заключения. В виде семинаров-круглых столов реализуются все темы.

3. Медиатехнология реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

3.1. *Семинары традиционные*, в ходе которых аспиранты делают краткие сообщения по рассматриваемой проблематике с использованием презентации. В виде традиционных семинаров с использованием медиатехнологий реализуются все темы.

3.2. *Семинары-круглые столы*, в ходе которых аспиранты делают краткие сообщения по рассматриваемой проблематике с использованием презентации. В результате использования этой технологии аспиранты учатся лаконично и ярко представлять информацию в ауди-

тории. В виде семинаров-круглых столов с использованием медиатехнологий реализуются все темы.

Занятия, проводимые в интерактивной форме, в том числе с использованием интерактивных технологий, составляют 40 % от общего количества аудиторных занятий.

При организации **самостоятельной работы** используются следующие технологии:

1. Технология систематизации имеющейся информации (работа с конспектом лекции; все темы);
2. Технология поиска и сбора новой информации (работа на компьютере с целью поиска информации в базах данных, работа с учебной, справочной и научной литературой с целью подготовки к семинарам; все темы);
3. Технология анализа и представления новой информации (работа по подготовке устных сообщений на семинарах-круглых столах, все темы).

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

6.1. План самостоятельной работы аспирантов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература (номера источников из разд. 7 программы)	Количество часов
1	1.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1	8
2	1.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1	8
3	2.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2.	8
4	2.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2.	8
5	3.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2.	8
6	3.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2.	8
7	4.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2.	8
8	4.2	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2.	8
9	5.1	Подготовка к практическим занятиям и семинарам	Изучить литературу и решить задачи по теме	основная – 1,2,3,4; дополнительная – 1,2	8

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы аспирантов

Аспиранты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает задания на практическую работу.

Для углубленного изучения теоретического материала, решения выданных задач, подготовки к практическим занятиям и семинарам рекомендуется пользоваться рекомендуемой литературой из раздела 7 программы, а также иной литературой из электронных библиотечных систем.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	оценка работы на практических занятиях, семинар	Построение разностных схем. Сходимость, аппроксимация, устойчивость разностной схемы	ПК – 4,5
2	оценка работы на практических занятиях, семинар	Методы решения сеточных уравнений	ПК – 4,5
3	оценка работы на практических занятиях, семинар	Основные проекционные методы решения операторных уравнений.	ПК – 4,5
4	оценка работы на практических занятиях, семинар	Выбор базисных и тестовых функций в проекционных методах.	ПК - 4,5
5	оценка работы на практических занятиях, семинар	Основные теоремы о сходимости проекционных методов.	ПК – 4,5
6	оценка работы на практических занятиях, семинар	Оценки погрешности приближенного решения и скорости сходимости методов.	ПК – 4,5
7	оценка работы на практических занятиях, семинар	Построение проекционно-сеточных схем для эллиптических краевых задач.	ПК – 4,5
8	оценка работы на практических занятиях, семинар	Построение проекционно-сеточных схем для параболических и гиперболических уравнений	ПК – 4,5
9	оценка работы на практических занятиях, семинар	Параллельные алгоритмы	ПК – 4,5

Список вопросов к семинару

1. Постановка некоторых краевых задач для уравнений математической физики. Метод сеток. Явная и неявная разностные схемы. Основные определения – сходимость, аппроксимация, устойчивость.
2. Необходимое условие сходимости Куранта, Фридриха, Леви (условие КФЛ) разностной схемы. Элементы теории устойчивости разностных схем. Спектральный признак устойчивости.
3. Теорема (В.С.Рябенского – Плакса) о связи аппроксимации, устойчивости и сходимости для линейных разностных схем. Разностные схемы решения линейного уравнения теплопроводности, нелинейного уравнения теплопроводности.
4. Простейшие разностные схемы для решения линейного уравнения переноса. Вид некоторых часто употребляемых схем.
5. Постановка простейшей разностной задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольной области (схема «крест»). Устойчивость схемы «крест».
6. Обзор методов решения сеточных уравнений (метод простых итераций, метод переменных направлений, методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации). Построение разностных схем для эллиптических уравнений на нерегулярных сетках.
7. Выбор базисных и тестовых функций в проекционных методах.
8. Проекторы и их свойства. Выбор пространств, базисных и тестовых функций. Финитные базисные функции.
9. Базисные функции с прямоугольным носителем. Базисные функции с многоугольным носителем.
10. Триангуляция многоугольных областей и нумерация базисных функций. Аппроксимация произвольных областей (в т.ч. и с криволинейной границей) многоугольными областями: влияние на сходимость в различных пространствах.
11. Примеры простейших базисных функций и их аппроксимационные свойства. Вариационный подход к построению численных методов.
12. Общая схема метода Рунге. Классический метод Рунге. Метод Рунге в энергетических пространствах. Естественные и главные краевые условия. Метод наименьших квадратов.
13. Проекционные методы: сходимость, критерий сходимости. Сходимость проекционного метода для оператора $(S - K)$.
14. Сходимость проекционного метода для оператора $(I - K)$. Метод коллокации. Метод Галеркина. Базисные и тестовые функции. Теорема о сходимости метода Галеркина для оператора $(I - K)$.
15. Коэрцитивные операторы. Сходимость метода Галеркина для уравнения с коэрцитивными операторами. Основная теорема о сходимости проекционного метода для эллиптических уравнений. Практические вопросы связанные, со сходимостью численных методов.
16. Построение проекционно-сеточной схемы для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.
17. Решение задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка.
18. Решение третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка.
19. Решение параболического уравнения проекционно-сеточным методом.
20. Решение гиперболического уравнения второго порядка.
21. Некоторые вопросы численной реализации проекционно-сеточных алгоритмов: выбор пространств, построение сетки в области решения задачи, выбор базисных функций, исследование внутренней сходимости алгоритма, составление модельных задач.
22. Понятие о параллельных алгоритмах.

23. Параллельные алгоритмы для решения краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка.
24. Параллельные алгоритмы для решения интегральных уравнений. Программная реализация параллельных алгоритмов.

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену.

1. Построение разностных схем. Сходимость, аппроксимация, устойчивость разностной схемы.
2. Методы решения сеточных уравнений.
3. Основные проекционные методы решения операторных уравнений.
4. Выбор базисных и тестовых функций в проекционных методах.
5. Основные теоремы о сходимости проекционных методов.
6. Оценки погрешности приближенного решения и скорости сходимости методов.
7. Построение проекционно-сеточных схем для эллиптических краевых задач.
8. Построение проекционно-сеточных схем для параболических и гиперболических уравнений.
9. Параллельные алгоритмы

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Численные методы решения краевых задач»

7.1. Основная литература:

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры: Издательство "Физматлит", 2012 (ЭБС Лань, https://e.lanbook.com/book/59285#book_name)
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики: Издательство "Лань", 2009 (ЭБС Лань, https://e.lanbook.com/book/255#book_name).
3. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: Издательство "Физматлит", 2002 (ЭБС Лань https://e.lanbook.com/book/2351#book_name).
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Издательство "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2015 (ЭБС Лань, <https://e.lanbook.com/book/70767#authors>).

7.2. Дополнительная литература:

1. Пименов В.Г. Разностные методы решения уравнений в частных производных с наследственностью: Издательство УФУ, 2014 (ЭБС Лань, https://e.lanbook.com/book/98329#book_name).
2. Смирнов Ю.Г. Проекционные методы. Изд-во ПГУ. – Пенза, 1997.

7.3. Интернет-ресурсы:

1. Общероссийский математический портал Math-Net: <http://www.mathnet.ru/>

2. Научная электронная библиотека Elibrary: <http://www.elibrary.ru/>

3. ЭБС Лань: <https://e.lanbook.com>

7.4. Программное обеспечение:

См. п.8 программы.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Краевые задачи математической физики»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

– компьютерный класс с доступом в Интернет. Отдельный ПК для преподавателя и подключенный к компьютеру проектор для демонстрации презентаций. Интерактивный компьютерный вариант – рабочее место аспиранта, компьютер (допускается одно место на два человека в течение учебного процесса). Индивидуальное рабочее место аспиранта.

– электронные презентации по теме курса в формате программных приложений Adobe Acrobat reader. Демонстрация ресурсов Интернет (избранных сайтов) по теме лекций и практических занятий, необходим браузер Opera, Yandex или иные.

– для подготовки материала к занятиям требуется пакет LaTeX.

- для проведения практических занятий необходима среда программирования типа Microsoft Visual Studio Express.

Примечание: все вышеуказанное программное обеспечение является бесплатным и свободно распространяемым.

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (уровень подготовки кадров высшей квалификации).

Программу составили:

Смирнов Ю.Г., д.ф.-м.н., профессор,
зав. кафедрой «Математика и суперкомпьютерное моделирование»

Программа обсуждена на заседании кафедры МСМ

Протокол № 4 от «01» 09 2014 года

Зав. кафедрой _____ Смирнов Ю.Г.
(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с деканом факультета ВТ

Декан факультета ВТ

_____ Фионова Л.Р. 19.09.14.
(подпись, Ф.И.О., дата)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 1 от «13» 09 2014 года

Председатель методической комиссии факультета ВТ _____ Коннов Н.Н.
(подпись, Ф.И.О.)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

