

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Директор Политехнического института


Артамонов Д.В.
«01» октября 2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**А1.В.ДВ.2.1. ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В БАНАХОВЫХ
ПРОСТРАНСТВАХ**

Направление подготовки 02.06.01. «Компьютерные и информационные науки»

Направленность (профиль) Вычислительная математика

Квалификация: Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения: очная

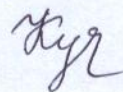
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (уровень подготовки кадров высшей квалификации)

Программу составили:

Бойков И.В., заведующий кафедрой «Высшая и прикладная математика»



Кудряшова Н.Ю., доцент кафедры «Высшая и прикладная математика»



Программа обсуждена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 1 от «01» сентября 2014 года


Зав. кафедрой  Бойков И.В.

Программа согласована с деканом факультета ВТ

Декан факультета  Фионова Л.Р.

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 1 от «19» октября 2014 года

Председатель методической комиссии факультета ВТ  Коннов Н.Н.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в системе подготовки аспиранта, требования к уровню освоения содержания дисциплины

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины – знакомство с теоретическими основами применения методов функционального анализа к численным методам, знакомство с общей теорией приближенных методов решения линейных и нелинейных уравнений, знакомство с вариационными методами решения литейных и нелинейных уравнений. Знакомство с итерационными методами в банаховых пространствах. Применение полученных теоретических знаний к решению уравнений математической физики.

Задачи дисциплины:

- Изучить теорию нормированных пространств;
- изучить итерационные методы в банаховых пространствах;
- изучить общую теорию приближенных методов для линейных операторов;
- изучить общую теорию приближенных методов для нелинейных операторов;
- изучить метод Ньютона-Канторовича в банаховых пространствах;
- изучить общую теорию спектральных методов для линейных операторов в банаховых пространствах;
- изучить итерационные методы нахождения собственных значений и собственных функций линейных операторов;
- изучить итерационные методы решения уравнений на спектре;
- изучить применения общей теории приближенных методов анализа к интегральным уравнениям Фредгольма. Исследовать возможность применения итерационных методов;
- изучить применения общей теории приближенных методов анализа к интегральным уравнениям Вольтерра. Исследовать возможность применения итерационных методов;
- подготовить аспирантов к применению полученных знаний для решения исследовательских задач в области вычислительной математики.

2. Место дисциплины в структуре ООП аспирантуры

Дисциплина «Итерационные методы в банаховых пространствах» относится к вариативным дисциплинам учебного плана ООП по направлению подготовки 02.06.01 – Компьютерные и информационные науки, профилю – 01.01.07 – Вычислительная математика.

2.1. Связь с предшествующими и последующими дисциплинами

Курс предполагает наличие у аспирантов знаний по курсам «Численные методы», «Функциональный анализ», «Прикладной функциональный анализ» (бакалавриат). Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, могут быть применены при подготовке и написании диссертации по направлению подготовки 02.06.01 – Компьютерные и информационные науки.

3. Компетенции аспиранта, формируемые в результате освоения программы дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»

Процесс освоения программы направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

| Коды компетенции | Наименование компетенции | Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть) |
|------------------|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| ПК-1 | способность создавать новые математические модели при решении естественнонаучных задач | <i>Знать:</i> Области сходимости итерационных методов. |
| | | <i>Уметь:</i> Строить итерационные и итерационно-проекционные вычислительные схемы для решения прикладных задач |
| | | <i>Владеть:</i> Методами программной реализации итерационных методов. |
| ПК-2 | способность использовать новые разделы фундаментальных наук при решении естественнонаучных задач | <i>Знать:</i> Теорию итерационных методов в банаховых пространствах и ее приложения к конкретным классам линейных и нелинейных уравнений. |
| | | <i>Уметь:</i> Применять итерационные методы к решению уравнений математической физики. |
| | | <i>Владеть:</i> методами построения и обоснования численных и итерационных методов в банаховых пространствах для новых классов задач, возникающих в физике и технике. |

4. Структура и содержание дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»

4.1. Структура дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»

Общая трудоемкость дисциплины 3 зачетные единицы, 108 часов, в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену.

4. Структура и содержание дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»

4.1. Структура дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»

Общая трудоемкость дисциплины 3 зачетные единицы, 108 часов, в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену.

| № п/п | Наименование разделов и тем дисциплины | Семестр | Недели семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | | | | | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) | | | | | | | |
|-------|---|---------|-----------------|--|--------|----------------------|----------------------|------------------------|----------------------------------|---------------------|--------------------------|-----------------------|--|--|------------|-----------------|---------------------------|-------------------|---------------------------------------|--------------------------|-----|
| | | | | Аудиторная работа | | | | Самостоятельная работа | | | | | | Собеседование | Коллоквиум | Проверка тестов | Проверка контрольн. работ | Проверка реферата | Проверка эссе и иных творческих работ | курсовая работа (проект) | др. |
| | | | | Всего | Лекция | Практические занятия | Лабораторные занятия | Всего | Подготовка к аудиторным занятиям | Реферат, эссе и др. | Курсовая работа (проект) | Подготовка к экзамену | | | | | | | | | |
| 1. | Раздел 1. Введение. | 1 | 1-4 | 8 | 4 | 4 | | 16 | 8 | | | 8 | | | | | | | | | |
| 1.1. | Тема 1.1. Нормированные пространства. Банаховы пространства | 1 | 1-2 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | | |
| 1.2. | Тема 1.2. Линейные операторы. Обратные операторы. Теоремы Банаха. | 1 | 3-4 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | | |
| 2. | Раздел 2. Общая теория приближенных методов. | 1 | 5-10 | 12 | 6 | 6 | | 24 | 12 | | | 12 | | | | | | | | | |
| 2.1. | Тема 2.1. Общая теория приближенных методов для линейных операторов | 1 | 5-6 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | | |
| 2.2. | Тема 2.2. . Общая теория приближенных методов для нелинейных операторов | 1 | 7-8 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | | |
| 2.3. | Тема 2.3. Общая теория приближенных методов для линейных операторов. Спектральная теория. | 1 | 9-10 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|-------|----|----|----|--|----|----|--|--|-----------|--------------------------|--|--|---------|--|--|--|----------|
| 3. | Раздел 3. Приложения | 1 | 11-18 | 16 | 8 | 8 | | 24 | 12 | | | 12 | | | | | | | | |
| 3.1. | Тема 3.1. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения интегральных уравнения Фредгольма | 1 | 11-12 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | |
| 3.2. | Тема 3.2. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения интегральных уравнения Вольтерра | 1 | 13-14 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | |
| 3.3. | Тема 3.3. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения сингулярных интегральных уравнений | 1 | 15-16 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | |
| 3.4. | Тема 3.4. . Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения гиперсингулярных интегральных уравнений | 1 | 17-18 | 4 | 2 | 2 | | 8 | 4 | | | 4 | | | | | | | | |
| | Общая трудоемкость, в часах | | | 36 | 18 | 18 | | 72 | 36 | | | 36 | Промежуточная аттестация | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | Форма | | | Семестр | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | Зачет | | | | | | | - |
| | | | | | | | | | | | | | Экзамен | | | | | | | <i>1</i> |

Содержание дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»

Раздел 1. Введение

Тема 1.1. Нормированные пространства. Банаховы пространства.

Определение метрических, нормированных, банаховых пространств. Компактные множества. Сепарабельные пространства. Теория меры. Элементы топологии. Элементы теории множеств.

Тема 1.2. Линейные операторы. Обратные операторы. Теоремы Банаха.

Пространства линейных операторов. Функционалы. Теоремы о неподвижных точках. Сильная и слабая сходимости. Теоремы об обратных операторах. Резольвента и спектр. Некорректные задачи. Итерационные методы регуляризации. Регуляризация, основанная на методах суммируемости расходящихся рядов.

Раздел 2. Общая теория приближенных методов.

Тема 2.1. Общая теория приближенных методов для линейных операторных уравнений

Общая теория приближенных методов решения линейных операторных уравнений второго рода с непрерывно обратимыми операторами. Общая теория приближенных методов решения линейных операторных уравнений второго рода с обратимыми слева операторами. Общая теория приближенных методов решения линейных операторных уравнений второго рода с обратимыми справа операторами. Итерационные методы реализации приближенных уравнений.

Тема 2.2. Общая теория приближенных методов для нелинейных операторных уравнений

Интегрирование и дифференцирование нелинейных операторов в банаховых пространствах. Метод Ньютона - Канторовича. Вариационные методы. Методы наискорейшего спуска. Построение общей теории приближенных методов для нелинейных операторных уравнений. Итерационные методы реализации приближенных уравнений.

Тема 2.3. Общая теория приближенных методов для линейных операторов. Спектральная теория.

Построение приближенных методов определения собственных значений и собственных функций линейных операторов в банаховых пространствах. Итерационные методы нахождения собственных элементов и собственных векторов. Итерационные методы нахождения собственных элементов и собственных векторов комплексных матриц. Метод Крылова и его обобщения.

Раздел 3. Приложения

Тема 3.1. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения интегральных уравнения Фредгольма.

Методы моментов, наименьших квадратов, коллокационные методы, метод механических квадратур. Распараллеливание алгоритмов. Метод простой итерации. Непрерывный метод решения приближенных систем уравнений.

Тема 3.2. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения интегральных уравнения Вольтерра.

Методы моментов, наименьших квадратов, коллокационные методы, метод механических квадратур. Распараллеливание алгоритмов. Приложения к n-продуктовым задачам экономики. Непрерывный метод решения приближенных систем уравнений.

Тема 3.3. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения сингулярных интегральных уравнений

Краевая задача Римана и сингулярные интегральные уравнения. Теория коммутативных колец и ее применение к построению численных методов решения сингулярных интегральных уравнений. Уравнения в свертках. Итерационные методы решения уравнений в свертках. Метод дискретных вихрей. Сплайн - коллокационные методы для полных сингулярных интегральных уравнений. Непрерывный метод решения приближенных систем уравнений.

Тема 3.4. Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения гиперсингулярных интегральных уравнений.

Теория краевых задач для гиперсингулярных интегральных уравнений. Сплайн - коллокационный метод нулевого порядка. Итерационные методы. Непрерывный метод решения приближенных систем уравнений.

4.3. Особенности организации изучения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Организация изучения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с:

1. ст.79, 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»
2. Раздел IV, п.п. 46-51 приказа Минобрнауки России от 19.11.2013 № 1259 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)»
3. Методические рекомендации по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса (утверждены заместителем Министра образования и науки РФ А.А.Климовым от 08.04.2014 г. № АК-44/05 вн)

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах» при проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии:

1. Технология развития критического мышления реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

1.1. *Проблемные лекции*, которые предполагают диалоговый тип лекционного преподавания, предметом которого выступает вводимый лектором материал и система познавательных задач, отражающих основное содержание темы. В виде проблемных лекций реализуется темы 1.2, 2.1, 2.2, 2.3, 3.2, 3.4.

1.2. *Семинары-круглые столы*, в ходе которых происходит групповое обсуждение аспирантами учебной проблемы под руководством преподавателя. В ходе проведения круглого стола аспиранты приобретают навыки устного изложения заранее подготовленного материала, умение выслушивать коллег-сокурсников, делать заключения. В виде семинаров-круглых столов реализуются темы 1.1, 1.2, 3.1, 3.2, 3.4.

1.3. *Семинары-дискуссии*, в ходе которых обсуждается проблемная ситуация, поставленная преподавателем, а аспиранты защищают различные точки зрения на поставленную проблему. В ходе проведения дискуссии аспиранты приобретают умение излагать и аргументировано отстаивать точку зрения, обоснованно критиковать оппонентов, сопоставлять различные подходы к решению проблемной ситуации, делать выводы. В виде семинаров-дискуссий реализуются темы 2.1, 2.2, 2.3, 3.3, 3.4.

2. Медиатехнология реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

2.1. *Проблемные лекции*, в ходе которых используются презентации, выполненные в среде Power-Point, и содержащие иллюстрации приводимых положений, видео-фрагменты, элементы работы математических моделей – симуляций физических, технологических и экологических процессов. В виде проблемных лекций с использованием медиатехнологий реализуется темы 1.2, 2.1, 2.2, 2.3, 3.2, 3.4.

2.2. *Семинары-круглые столы*, в ходе которых аспиранты делают краткие сообщения по рассматриваемой проблематике с использованием презентации. В результате использования этой технологии аспиранты учатся лаконично и ярко представлять информацию в аудитории. В виде семинаров-круглых столов с использованием медиатехнологий реализуются темы 1.1, 1.2, 3.1, 3.2, 3.4.

3. Кейс-технология реализуется в ходе проведения следующих видов учебной работы:

3.1. *Семинары-дискуссии*, в ходе которых в качестве одной из технологий используются такие приемы как мозговой штурм и дебаты. Мозговой штурм позволяет, используя групповую форму работы смоделировать процесс получения абсолютно новых для аспирантов знаний.

При организации самостоятельной работы используются следующие технологии:

1. Технология систематизации имеющейся информации (работа с конспектом лекции для подготовки к экзамену; темы 1.1 – 3.4)

2. Технология поиска и сбора новой информации (работа на компьютере с целью поиска информации в базах данных, работа с учебной, справочной и научной литературой с целью подготовки к семинарам: темы 1.1 – 3.5);

3. Технология анализа и представления новой информации (работа по подготовке устных сообщений на семинарах-круглых столах (темы 1.1, 3.1, 3.2, 3.4), по подготовке для выступлений презентациями на семинарах-дискуссиях (темы 1.2, 2.1, 2.2, 2.3, 3.3, 3.4.), по подготовке к экзамену).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

6.1. План самостоятельной работы аспирантов

| № нед. | Тема | Вид самостоятельной работы | Задание | Рекомендуемая литература | Количество часов |
|--------|---|-----------------------------------|---|---|------------------|
| 1-2 | Критерии компактности, теорема Хаусдорфа, метрика Хаусдорфа, сравнение метрики Хаусдорфа с топологической метрикой. | Подготовка к семинарскому занятию | Определения нормированных, банаховых и топологических пространств. Компактность и сепарабельность. ε сет. Компактные пространства Построение конечной ε сети. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Треногин В.А. Функциональный анализ . - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |

| | | | | | |
|-----|---|-----------------------------------|---|---|---|
| 3-4 | Методы построения итерационных процессов, основанные на различных теоремах о неподвижных точках. Примеры некорректных задач. Методы регуляризации по Тихонову, Иванову, Лаврентьеву. Итерационные методы регуляризации. | Подготовка к семинарскому занятию | Теоремы о неподвижных точках. Итерационные процессы. Итерационные методы регуляризации. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Треногин В.А. Функциональный анализ . - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. <u>Саад Юсеф.</u> Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х т. [Текст] : учеб. пособие. Т. 1. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |
| 5-6 | Общая теория приближенных методов анализа для уравнений, сводящихся к уравнениям второго рода. Общая теория приближенных методов анализа для уравнений первого рода. | Подготовка к семинарскому занятию | Операторные уравнения первого рода. Общая теория приближенных методов. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Треногин В.А. Функциональный анализ . - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |
| 7-8 | Итерационные методы решения отдельных уравнений; системы уравнений. Итерационные методы вида | Подготовка к семинарскому занятию | Итерационные вычислительные схемы в гильбертовом пространстве. Различные модификации. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Треногин В.А. Функциональный анализ . - 3-е | 4 |

| | | | | | |
|-------|---|-----------------------------------|--|---|---|
| | скорейшего спуска и минимальных невязок. | Подготовка к экзамену | | изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. Саад Юсеф. Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х т. [Текст] : учеб. пособие. Т. 1 | 4 |
| 9-10 | Различные способы определения производных нелинейных операторов. Различные способы обоснования метода Ньютона-Канторовича. | Подготовка к семинарскому занятию | Производные Фреше и Гато. Обоснование метода Ньютона – Канторовича в банаховых и гильбертовых пространствах. Теоремы сходимости. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |
| 11-12 | Численные методы нахождения собственных значений и собственных элементов матриц. Различные способы построения приближенных методов нахождения собственных элементов и векторов линейных операторов в банаховых пространствах. | Подготовка к семинарскому занятию | Итерационные методы нахождения собственных значений и элементов линейных операторов. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Сизиков В. С. Обратные прикладные задачи и MatLab [Текст] : учебное пособие / В. С. Сизиков. - СПб. : Лань, 2011. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |

| | | | | | |
|-------|--|-----------------------------------|---|--|---|
| 13-14 | Применение интегральных уравнений Вольтерра при моделировании и 2-продуктовых и n-продуктовых задач экономики. Выбор функциональных пространств. Построение итерационных методов. | Подготовка к семинарскому занятию | Модели Канторовича и Глушкова. Вычислительные схемы. Итерационная регуляризация. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Бойков И. В. Приближенное решение сингулярных интегральных уравнений. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2004. - 316 с. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |
| 15-16 | Проекционные методы решения характеристических и полных сингулярных интегральных уравнений. Методы обоснования. Методы реализации. Итерационные методы. | Подготовка к семинарскому занятию | Вычислительные схемы решения сингулярных интегральных уравнений. Обоснование. Итерационные вычислительные схемы. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Бойков И. В. Приближенное решение сингулярных интегральных уравнений. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2004. - 316 с. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |
| 17-18 | Сведение гиперсингулярных интегральных уравнений к сингулярным интегральным уравнениям. Сплайн-коллокационные методы нулевого порядка решения гиперсингулярных интегральных уравнений. | Подготовка к семинарскому занятию | Приближенное решение сингулярных интегрально-дифференциальных уравнений. Трансформация гиперсингулярных интегральных уравнений к сингулярным интегрально-дифференциальным уравнениям. | Бахвалов Н.С. Численные методы : учебник - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. Бойков И. В. Приближенное решение сингулярных интегральных уравнений. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2004. - 316 с. | 4 |
| | | Подготовка к экзамену | | | 4 |

| | | | | | |
|--|----------------------|--|--|--|--|
| | Итерационные методы. | | | | |
|--|----------------------|--|--|--|--|

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы аспирантов

Виды самостоятельной работы по темам:

Тема 1.1. Подготовка к семинару-круглому столу (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Критерии компактности, теорема Хаусдорфа, метрика Хаусдорфа, сравнение метрики Хаусдорфа с топологической метрикой.

Тема 1.2. Подготовка к семинару-круглому столу (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Методы построения итерационных процессов, основанные на различных теоремах о неподвижных точках.

Примеры некорректных задач. Методы регуляризации по Тихонову, Иванову, Лаврентьеву. Итерационные методы регуляризации.

Тема 2.1. Подготовка к семинару-дискуссии (4 часа). Подготовка к экзамену (2 часа).

Примерные вопросы семинара: Общая теория приближенных методов анализа для уравнений, сводящихся к уравнениям второго рода. Общая теория приближенных методов анализа для уравнений первого рода.

Тема 2.2. Подготовка к семинару-дискуссии (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара:

Итерационные методы решения отдельных уравнений; системы уравнений.

Итерационные методы вида скорейшего спуска и минимальных невязок.

Различные способы определения производных нелинейных операторов.

Различные способы обоснования метода Ньютона-Канторовича.

Тема 2.3. Подготовка к семинару - дискуссии (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Численные методы нахождения собственных значений и собственных элементов матриц. Различные способы построения приближенных методов нахождения собственных элементов и векторов линейных операторов в банаховых пространствах.

Тема 3.1. Подготовка к семинару - круглому столу (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Методы моментов, наименьших квадратов, коллокаций, механических квадратур для приближенного решения интегральных уравнений Фредгольма. Оптимальные по точности и сложности методы. Параллельные методы. Итерационные методы.

Тема 3.2. Подготовка к семинару-круглому столу (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Применение интегральных уравнений Вольтерра при моделировании 2-продуктовых и n-продуктовых задач экономики. Выбор функциональных пространств. Построение итерационных методов.

Тема 3.3. Подготовка к семинару-дискуссии (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Проекционные методы решения характеристических и полных сингулярных интегральных уравнений. Методы обоснования. Методы реализации. Итерационные методы.

Тема 3.4. Подготовка к семинару - круглому столу (4 часа). Подготовка к экзамену (4 часа).

Примерные вопросы семинара: Сведение гиперсингулярных интегральных уравнений к сингулярным интегральным уравнениям. Сплайн–коллокационные методы нулевого порядка решения гиперсингулярных интегральных уравнений. Итерационные методы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний

| № п\п | Вид контроля | Контролируемые темы (разделы) | Компетенции, компоненты которых контролируются |
|-------|--------------------|---|--|
| 1 | Доклад на семинаре | Нормированные пространства. Банаховы пространства. | ПК-2 |
| 2 | Доклад на семинаре | Линейные операторы. Обратные операторы. Теоремы Банаха. | ПК-2 |
| 3 | Доклад на семинаре | Общая теория приближенных методов для линейных операторов | ПК-2 |
| 4 | Доклад на семинаре | Общая теория приближенных методов для нелинейных операторов | ПК-2 |
| 5 | Доклад на семинаре | Общая теория приближенных методов для линейных операторов. Спектральная теория. | ПК-2 |
| 6 | Доклад на семинаре | Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения интегральных уравнения Фредгольма | ПК-1 |
| 7 | Доклад на семинаре | Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения интегральных уравнения Вольтерра | ПК-1 |
| 8 | Доклад на семинаре | Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения сингулярных интегральных уравнений | ПК-1 |
| 9 | Доклад на семинаре | Сплайн-коллокационные и итерационные методы решения гиперсингулярных интегральных уравнений | ПК-1 |

6.4. Контрольные работы и промежуточное тестирование

Не предусмотрены.

6.5. Вопросы к экзамену:

1. Обзор основных понятий функционального анализа: метрические пространства, нормированные пространства, компактность, сепарабельность.
2. Линейные операторы. Резольвента, спектр, спектральный радиус.
3. Неподвижные точки линейных операторов. Итерационные методы, основанные на различных неподвижных точках.
4. Теоремы Банаха об обратных операторах. Кольцо операторов.
5. Некорректные задачи. Методы регуляризации Тихонова, Лаврентьева, Иванова.

6. Итерационные методы регуляризации.
7. Итерационные методы регуляризации, основанные на операционном исчислении.
8. Общая теория приближенных методов для линейных уравнений второго рода.
9. Общая теория приближенных методов для линейных уравнений первого рода.
10. Итерационные методы решения нелинейных уравнений.
11. Дифференцирование и интегрирование в нормированных пространствах.
12. Метод Ньютона-Канторовича.
13. Общая теория приближенных методов для нелинейных операторных уравнений второго рода.
14. Общая теория приближенных методов в проблеме собственных значений.
15. Итерационные методы нахождения собственных значений и функций.
16. Приближенное решение интегральных уравнений Фредгольма методами коллокации и механических квадратур.
17. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтерра методами коллокации и моментов. Применение итерационных методов к решению интегральных уравнений Вольтерра в гильбертовых пространствах.
18. Приближенное решение сингулярных интегральных уравнений методами коллокации и моментов. Применение итерационных методов к решению сингулярных интегральных уравнений в гильбертовых пространствах.
19. Приближенное решение гиперсингулярных интегральных уравнений методами коллокации и моментов. Применение итерационных методов к решению гиперсингулярных интегральных уравнений в гильбертовых пространствах.
20. Приближенное решение уравнений в свертках итерационными методами.

6. Рекомендуемая литература

| № п/п | Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы | Количество экземпляров | Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину |
|-------|---|------------------------|--|
| 6.1. | Основная литература | | |
| 1 | <u>Бахвалов, Николай Сергеевич.</u> Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 6-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. - (Классический университетский учебник). http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe | 5 | 2 |
| 6.2. | Дополнительная литература | | |
| 1 | Бойков И. В. Приближенное решение сингулярных интегральных уравнений. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2004. - 316 с. http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=5030 | 26 | 2 |
| 2 | <u>Саад, Юсеф.</u> Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х т. [Текст] : учеб. пособие. Т. 1 / Ю. Саад ; пер. с англ. Х. Д. Икрамова ; авт. предисл. В. А. Садовничий. - 2-е изд. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 2013. - 344 с. : ил. - (Суперкомпьютерное образование). http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe | 30 | 2 |

| № п/п | Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы | Количество экземпляров | Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину |
|-------|--|------------------------|--|
| 3 | Треногин В.А. Функциональный анализ [Текст] : учебник / Владилен Александрович Треногин. - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=4668 | 2 | 2 |
| 4 | Сизиков В. С. Обратные прикладные задачи и MatLab [Текст] : учебное пособие / В. С. Сизиков. - СПб. : Лань, 2011. - 256 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература) http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe | 1 | 2 |

| № п/п | Наименование и краткая характеристика электронных изданий и информационных баз данных | Количество точек доступа |
|-------|---|--------------------------|
| | Основная литература | |
| 1 | Бойков И.В., Бойкова А.И. Приближенные методы решения прямых и обратных задач гравirazведки.- Пенза Изд-во Пензенского государственного университета. 2013. 510 с. http://dep_vipm.pnzgu.ru/files/dep_vipm.pnzgu.ru/gravi.pdf | Не ограничено |

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://www.biblioclub.ru> Электронная библиотечная система «Университетская библиотека – online»: специализируется на учебных материалах для вузов по научно-гуманитарной тематике, а также содержит материалы по точным и естественным наукам.
2. <http://e.lanbook.com/> Электронная библиотечная система «Издательства «Лань», тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки
3. <http://elibrary.ru/> Научная электронная библиотека eLibrary.ru

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Итерационные методы в банаховых пространствах»:

– мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор; ресурсы Интернета);
– электронные презентации по теме курса в формате программных приложений MS Office Power Point и MS Office Word. Демонстрация ресурсов Интернет (избранных сайтов) по теме лекций и лабораторных занятий, необходим браузер MS Internet Explorer 6.0 и выше. Для подготовки материала к занятиям требуется программный пакет MS Office 2003 и выше, программы MATHCAD-15.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год
и регистрации изменений**

| Учебный год | Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой) | Внесенные изменения | Номера листов (страниц) | | |
|----------------|---|---------------------|-------------------------|-------|---------------------|
| | | | заменен- ных | новых | аннулиро- ванных |
| 2015/16 | №1 от 28.09.15 И | Без изменений | | | |
| 2016/17 | №1 от 19.09.16 И | Без изменений | | | |
| 2017/18 | №1 от 04.09.17 И | Без изменений | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |