

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Директор НИ

  
Артамонов Д.В.  
« 1 » *Осень* 2014 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ФТД.1 СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Направление подготовки: 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль): «Теоретические основы информатики»

Квалификация выпускника  
Форма обучения

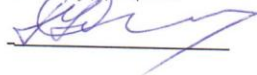
исследователь, преподаватель-исследователь  
заочная

Пенза, 2014

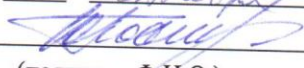
Программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (уровень подготовки кадров высшей квалификации)

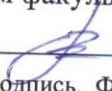
Программу составил:

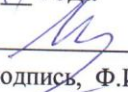
к.т.н., доцент



Убиенных Г.Ф.

Программа обсуждена на заседании кафедры «Информационно-вычислительные системы»  
Протокол № 1 от «10» сентября 2014 года  
Зав. кафедрой  Косников Ю.Н.  
(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с деканом факультета Вычислительной Техники  
Декан факультета  Фионова Л.Р.  
«14» сентября 2014 года (подпись, Ф.И.О.)

Программа одобрена методической комиссией факультета Вычислительной Техники  
Протокол № 1 от «18» 09 2014 года  
Председатель методической комиссии  Коннов Н.Н.  
(подпись, Ф.И.О.)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

## 1 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: ознакомление аспирантов, обучающихся по направлению «Информатика и вычислительная техника» с вычислительными аспектами математических методов и моделей; выработка навыков численного решения задач математического моделирования.

## 2 Место дисциплины в структуре подготовки аспиранта

Учебная дисциплина «Современные методы математического моделирования» относится к факультативным дисциплинам образовательной программы.

Содержание дисциплины базируется на знаниях, приобретенных аспирантам при обучении по образовательным программам специалитета или магистратуры в рамках курсов системного анализа, методов оптимизации и оптимального управления, численных методов, дифференциальных уравнений, языков программирования высокого уровня, а также на материале курса «Вычислительная техника и информационные технологии в профессиональной научной деятельности» настоящей ОПОП.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Современные методы математического моделирования»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций:

| Коды компетенции | Наименование компетенции   | Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)  |
|------------------|--|---|
| ОПК-3            | Способность к разработке новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности                    | Знать: методы математического моделирования; численные методы решения прикладных задач.   |
|                  |  | Уметь: строить математические модели реальных задач; реализовывать численные методы на универсальных языках программирования и с использованием математических программных систем, применять методы математического моделирования в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности |
|                  |  | Владеть: навыками решения задач вычислительного характера численными методами.  |
| ПК-4             | Способность создавать методы, аппаратно-программные средства и технологии обработки информации, соответствующие современным направлениям развития информатики и вычислительной техники | Знать: методы и технологии обработки информации с применением математического моделирования, соответствующие современным направлениям развития информатики и вычислительной техники   |
|                  |  | Уметь: применять полученные теоретические знания для разработки и модификации средств математического моделирования   |
|                  |  | Владеть: навыками применения программных средств математического моделирования для решения прикладных задач информатики и вычислительной техники  |

#### 4 Структура и содержание дисциплины «Современные методы математического моделирования»

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

| № п/п | Наименование разделов и тем дисциплины  | Семестр | Недели семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |        |                      |                      |                        |                                  |                         |                          | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
|-------|---|---------|-----------------|--|--------|----------------------|----------------------|------------------------|----------------------------------|-------------------------|--------------------------|--|------------|-----------------|----------------------------|-------------------|---|--------------------------|-------------------------|
|       |   |         |                 | Аудиторная работа  |        |                      |                      | Самостоятельная работа |                                  |                         |                          | Собеседование  | Коллоквиум | Проверка тестов | Проверка контролльн. работ | Проверка реферата | Проверка выполнения индивидуального задания | курсовая работа (проект) | Защита лаборатор. работ |
|       |   |         |                 | Всего  | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | Всего                  | Подготовка к аудиторным занятиям | Индивидуальное задание. | Курсовая работа (проект) |  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 1     | Раздел 1. Математическое моделирование. Формы и принципы представления математических моделей | 5       |                 | 2  |        |                      |                      | 2                      |                                  |                         |                          | 2  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 2     | Раздел 2. Математические пакеты программ  | 5       |                 | 4  |        |                      | 4                    | 8                      | 4                                | 2                       |                          | 2  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 3     | Раздел 3. Численные методы алгебры  | 5       |                 | 6  |        |                      | 6                    | 16                     | 12                               | 2                       |                          | 2  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 4     | Тема 3.1. Прямые методы решения СЛАУ  | 5       |                 | 2  |        |                      | 2                    | 5                      | 4                                | 1                       |                          |  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 5     | Тема 3.2. Итерационные методы решения СЛАУ  | 5       |                 | 2  |        |                      | 2                    | 5                      | 4                                | 1                       |                          |  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 6     | Тема 3.3. Итерационные методы вариационного типа  | 5       |                 | 2  |        |                      | 2                    | 4                      | 4                                |                         |                          |  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 7     | Раздел 4. Интерполирование функций  | 5       |                 | 4  |        |                      | 4                    | 10                     | 8                                |                         |                          | 2  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |
| 8     | Тема 4.1. Интерполяционные поли-  | 5       |                 | 2  |        |                      | 2                    | 5                      | 4                                |                         |                          | 1  |            |                 |                            |                   |   |                          |                         |

|    |   |   |  |    |  |  |    |    |    |    |  |    |                                 |  |  |                |  |  |  |
|----|---|---|--|----|--|--|----|----|----|----|--|----|---------------------------------|--|--|----------------|--|--|--|
|    | номы Лагранжа и Ньютона   |   |  |    |  |  |    |    |    |    |  |    |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 9  | Тема 4.2. Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов | 5 |  | 2  |  |  | 2  | 5  | 4  |    |  | 1  |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 10 | Раздел 5. Численное интегрирование и дифференцирование                              | 5 |  |    |  |  |    | 8  | 4  | 2  |  | 2  |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 11 | Тема 5.1. Численное дифференцирование   | 5 |  |    |  |  |    | 4  | 2  | 1  |  | 1  |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 12 | Тема 5.2. Численное интегрирование: методы прямоугольников, трапеций, Симпсона      | 5 |  |    |  |  |    | 4  | 2  | 1  |  | 1  |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 13 | Раздел 6. Численное решение дифференциальных уравнений                              | 5 |  | 4  |  |  | 4  | 10 | 4  | 4  |  | 2  |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 14 | Тема 6.1. Одношаговые методы решения задачи Коши                                    | 5 |  | 2  |  |  | 2  | 4  | 2  | 2  |  |    |                                 |  |  |                |  |  |  |
| 15 | Тема 6.2. Многошаговые методы   | 5 |  | 2  |  |  | 2  | 4  | 2  | 2  |  |    |                                 |  |  |                |  |  |  |
|    | <i>Подготовка к экзамену</i>  |   |  |    |  |  |    |    |    |    |  |    |                                 |  |  |                |  |  |  |
|    | Общая трудоемкость, в часах   |   |  | 18 |  |  | 18 | 54 | 32 | 10 |  | 12 | <i>Промежуточная аттестация</i> |  |  |                |  |  |  |
|    |   |   |  |    |  |  |    |    |    |    |  |    | <i>Форма</i>                    |  |  | <i>Семестр</i> |  |  |  |
|    |   |   |  |    |  |  |    |    |    |    |  |    | <i>Зачет</i>                    |  |  | <i>5</i>       |  |  |  |

## 4.2. Содержание дисциплины

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. ФОРМЫ И ПРИНЦИПЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Компьютерное моделирование как новый метод научных исследований. Классификация математических моделей, особенности их построения. Компьютерное моделирование и вычислительный эксперимент.

Погрешности вычислений: источники погрешностей вычислений, приближенные числа, абсолютная и относительная погрешности, верные значащие цифры. Погрешности округления. Погрешности арифметических операций над приближенными числами, погрешности вычисления функций.

Свойства вычислительных задач и алгоритмов: корректность вычислительной задачи, обусловленность вычислительной задачи, корректность вычислительных алгоритмов, устойчивость вычислительных алгоритмов, чувствительность к погрешностям округлений.

Требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам, сложность алгоритма (по памяти, по времени).

### 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПАКЕТЫ ПРОГРАММ

Коммерческие математические пакеты MATLAB, Maple, Mathematica, MathCad: основные характеристики и особенности. Свободно распространяемые пакеты: SciLab, GNU Octave, Maxima. Основные возможности и области применения.

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса (схема единственного деления, выбор главного элемента по столбцу и по всей матрице, матрицы перестановок, метод Жордана-Гаусса); метод прогонки; метод LU-разложения; метод Холецкого; метод QR-разложения.

Решение систем с прямоугольными матрицами: переопределенные системы, задача наименьших квадратов, формирование и решение нормальной системы уравнений, использование QR-разложения для решения переопределенных систем, понятие сингулярного (SVD) разложения матриц, применение сингулярного разложения для решения систем с прямоугольными матрицами неполного ранга.

Дискретизация задач и особенности решения систем линейных алгебраических уравнений. Основные теоретические положения итерационных алгоритмов. Классические итерационные методы: методы Рундсона и Якоби, методы Зейделя и последовательной верхней релаксации. Итерационные методы вариационного типа: метод скорейшего спуска, метод минимальных невязок; невязные итерационные методы, предобусловливатели; метод сопряженных градиентов. Понятие о методах Крылова подпространства.

### 4. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Построение интерполяционного полинома методом неопределенных коэффициентов.

Интерполяционная формула Лагранжа.

Интерполяционные многочлены Ньютона с конечными и разделенными разностями.

Равномерное приближение функций.

Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов.

### 5. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Численное дифференцирование.

Численное интегрирование: методы прямоугольников, трапеций, Симпсона

### 6. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Одношаговые методы решения задачи Коши: метод Эйлера, методы Рунге-Кутты. Решение систем дифференциальных уравнений и уравнений высшего порядка. Оценка погрешности одношаговых методов. Адаптивный выбор шага.

Многошаговые методы: методы Адамса-Башфорта и Адамса-Моултона, методы прогноза и коррекции.

## **5 Образовательные технологии**

В процессе изучения дисциплины применяются следующие образовательные технологии:

- мастер-класс по работе в среде MATLAB;
- выполнение индивидуальных заданий;
- использование обучающих программ и Интернет-ресурсов при выполнении лабораторных заданий и во время самостоятельной работы.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению аспирантов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы с аспирантами, в том числе, в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### **6.1. Самостоятельная работа аспирантов**

Самостоятельная работа аспирантов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и самостоятельного решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях со следующей тематикой: «Основы программирования в системе MATLAB», «Численное решение систем линейных алгебраических уравнений», «Численное интегрирование», «Численное решение дифференциальных уравнений».

Во время самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечены доступом к базам данных и библиотечных фондов и доступом к сети Интернет.

### **6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы аспирантов**

Используются следующие виды самостоятельной работы аспиранта: в читальном зале библиотеки, на рабочих местах с доступом к ресурсам Internet и в домашних условиях. Порядок выполнения самостоятельной работы соответствует программе курса и контролируется в ходе лабораторных занятий. Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим рекомендованные учебники и учебно-методические пособия.

### **6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний аспирантов**

Контроль освоения компетенций осуществляется в процессе защиты лабораторных работ и сдачи зачета.

Освоение компетенции контролируется в процессе защиты лабораторных работ. Оценивается умение использовать систему MATLAB для решения вычислительных задач и навыки решения таких задач численными методами. Критериями оценки является доказательство того, что полученные результаты являются решением задачи.

Во время сдачи зачета контролируется знание основных численных методов решения задач линейной алгебры и дифференциальных уравнений, обработки результатов экспериментов.

## Вопросы к зачету по дисциплине

1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.
2. Погрешности вычислений: источники погрешностей вычислений, приближенные числа, абсолютная и относительная погрешности, верные значащие цифры.
3. Свойства вычислительных задач и алгоритмов: корректность вычислительной задачи, обусловленность вычислительной задачи, корректность вычислительных алгоритмов, устойчивость вычислительных алгоритмов, чувствительность к погрешностям округлений.
4. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса.
5. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Жордана-Гаусса.
6. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод LU-разложения.
7. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод прогонки.
8. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Холецкого.
9. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод QR-разложения.
10. Вычисление определителей треугольной декомпозицией матрицы.
11. Обращение матриц путем решения вспомогательных систем линейных уравнений.
12. Решение систем с прямоугольными матрицами: переопределенные системы, задача наименьших квадратов.
13. Формирование и решение нормальной системы уравнений.
14. Использование QR-разложения для решения переопределенных систем.
15. Понятие сингулярного (SVD) разложения матриц, применение сингулярного разложения для решения систем с прямоугольными матрицами неполного ранга.
16. Дискретизация задач и особенности решения систем линейных алгебраических уравнений. Основные теоретические положения итерационных алгоритмов.
17. Классические итерационные методы: методы Рундсона и Якоби.
18. Классические итерационные методы: методы Зейделя и последовательной верхней релаксации.
19. Итерационные методы вариационного типа: метод скорейшего спуска.
20. Итерационные методы вариационного типа: метод минимальных невязок.
21. Неявные итерационные методы, предобуславливатели.
22. Метод сопряженных градиентов. Понятие о методах Крылова подпространства.
23. Решение частичной проблемы собственных значений: степенной метод, градиентный метод.
24. Решение нелинейных уравнений с одним неизвестным: методы половинного деления, ложного положения.
25. Решение нелинейных уравнений с одним неизвестным: методы Ньютона, секущих, простой итерации.
26. Решение систем нелинейных уравнений. Методы простой итерации и Ньютона.
27. Построение интерполяционного полинома методом неопределенных коэффициентов.
28. Интерполяционная формула Лагранжа.
29. Интерполяционные многочлены Ньютона с конечными и разделенными разностями.



30. Равномерное приближение функций.
31. Интерполяция сплайнами: интерполяционные сплайны, базисные сплайны.
32. Дискретное преобразование Фурье, Уолша, быстрое дискретное преобразование Фурье и тригонометрическая интерполяция.
33. Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов.
34. Численное дифференцирование.
35. Численное интегрирование: методы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
36. Одношаговые методы решения задачи Коши: метод Эйлера, методы Рунге-Кутты.
37. Решение систем дифференциальных уравнений и уравнений высшего порядка. Оценка погрешности одношаговых методов. Адаптивный выбор шага.
38. Вложенные формулы Рунге-Кутты. Методы Фельберга и Дормана-Принса.
39. Многошаговые методы: методы Адамса-Башфорта и Адамса-Моултона, методы прогноза и коррекции.
40. Численное интегрирование жестких систем ОДУ. Алгоритм Гира.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Амосов, А. А. Вычислительные методы / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – 4-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2014. – 672 с. (Учебники для вузов. Специальная литература). – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/reader/book/42190/>. – Электрон. версия печ. публикации. – ЭБС Лань: требуется авторизация пользователя.
2. Поршнева, С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB: Учебное пособие / С.В. Поршнева. – 2-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 736 с. (Учебники для вузов. Специальная литература). – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/reader/book/650/>. – Электрон. версия печ. публикации. – ЭБС Лань: требуется авторизация пользователя.
3. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах: Учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. – 4-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2015. – 448 с. (Учебники для вузов. Специальная литература). – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/reader/book/65043/>. – Электрон. версия печ. публикации. – ЭБС Лань: требуется авторизация пользователя.

### **б) дополнительная литература**

4. Горбаченко, В.И. Вычислительная линейная алгебра с примерами на MATLAB: учеб. пособие. – СПб.: БХВ – Петербург, 2011. – 320 с.
5. Горбаченко, В.И. Численные методы решения задач линейной алгебры: лабораторный практикум в системе MATLAB: учеб. пособие / В.И. Горбаченко, Г.Ф. Убиенных. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2013. – 98 с.
6. Дьяконов, В.П. MATLAB R2007/2008/2009 для радиоинженеров / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 976 с. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/reader/book/72986/>. – Электрон. версия печ. публикации. – ЭБС Лань: требуется авторизация пользователя.
7. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций: Учебное пособие / В.А. Срочко. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 208 с. (Учебники для вузов. Специальная литература). – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/reader/book/378/>. – Электрон. версия печ. публикации. – ЭБС Лань: требуется авторизация пользователя.

### **в) программное обеспечение и Интернет – ресурсы**

- 1) Программные продукты: система MATLAB версии 8.3 и выше.
- 2) Интернет-ресурсы:
  - Консультационный Центр MATLAB, <http://www.matlab.ru/>

- Образовательный математический сайт, <http://www.exponenta.ru/>
- Образовательный сайт «Интернет – Университет Информационных Технологий», <http://www.intuit.ru/>
- Электронные ресурсы издательства Springer. URL: <http://link.springer.com/search?facet-content-type=%22Book%22&showAll=false>.
- Электронные ресурсы издательства Elsevier. URL: <http://www.info.sciverse.com/sciencedirect/books/subjects/mathematics>
- Общероссийский математический портал. URL: Math-Net.Ru.
- Видеотека лекций по математике. URL: <http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?eventID=15&optionlang=rus#PRELIST15>.
- Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. URL: <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/75f2ec40-e574-10d2-24eb-dc9b3d288563/25892/?interface=themcol>.
- Видеолекции ведущих ученых мира. URL: <http://www.academicearth.org/subjects/algebra>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Лекционные занятия проводятся в аудитории, оснащенной компьютерным проектором, проекционным экраном, шторами, сетью электропитания 220 В.

Лабораторные занятия проводятся в классе, оснащенном персональными компьютерами с операционной системой Windows XP/Windows Vista/Windows 7/8/10 или Linux.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

| Учебный год   | Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой) | Внесенные изменения                          | Номера листов (страниц) |       |                |
|---------------|--|--|-------------------------|-------|----------------|
|               |  |  | замененных              | новых | аннулированных |
| 2015/<br>2016 | прот. № 12 от<br>05.06.15<br><i>[подпись]</i>              | переутверждено<br>без изменений              |                         |       |                |
| 2016/<br>2017 | прот. № 11 от<br>22.06.2016<br><i>[подпись]</i>            | Внесены изменения<br>интерпретации из<br>ЭБС | 9                       |       |                |
| 2017/<br>2018 | прот. № 14 от<br>27.06.2017<br><i>[подпись]</i>            | переутверждено<br>без изменений              |                         |       |                |
|               |  |  |                         |       |                |