

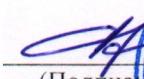
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВТ

  
(Подпись) \_\_\_\_\_ Финонова Л.Р.  
Факультет Вычислительной техники (Фамилия, инициалы)  
« 03 » \_\_\_\_\_ 2016 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### С1.1.10 Линейная алгебра

Специальность **01.05.01 Фундаментальные математика и механика**

Специализация **Вычислительная математика и вычислительная механика**

Квалификация (степень) выпускника – **Математик. Механик. Преподаватель**

Форма обучения **очная**

Пенза, 2016

### 1. Цели освоения дисциплины «Линейная алгебра»

Целями освоения учебной дисциплины «Линейная алгебра» являются получение базовых знаний по линейной алгебре. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования, необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП специалиста

Дисциплина «Линейная алгебра» в учебном плане находится в базовой части блока С1 и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для специалиста по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика» (специализация «Вычислительная математика и вычислительная механика»).

*Изучение данной дисциплины базируется на знании следующих дисциплин:*

- алгебра, математический анализ;

*Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:*

- численные методы, физика, технология программирования и работа на ЭВМ;
- дискретная математика, дифференциальные уравнения, комплексный анализ, функциональный анализ, управление, обработка информации и оптимизация;
- теория чисел, численные методы решения задач алгебры и анализа, численные методы решения задач линейной алгебры.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

#### «Линейная алгебра»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данной специальности:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной	Знать: основные понятия, определения и свойства объектов линейной алгебры, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
		Уметь: доказывать утверждения линейной алгебры, решать задачи линейной алгебры
		Владеть: аппаратом линейной алгебры, методами доказательства утверждений, навыками применения математического аппарата в других областях

	<p>геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p>
<p>ОПК-2</p>	<p>способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>Знать: методы решения стандартных задач линейной алгебры, основные понятия, определения и свойства объектов линейной алгебры, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p> <p>Уметь: решать стандартные задачи и доказывать теоретические утверждения линейной алгебры</p> <p>Владеть: аппаратом линейной алгебры, методами решения задач и доказательства утверждений, навыками применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p>

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра»

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа				Коллоквиум	Проверка контрольных работ
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к ауд. занятиям	Написание курсовой работы	Подготовка к экзамену		
1.	$\lambda$ -объекты ( $\lambda$ -матрицы и $\lambda$ -полиномы) на поле $\mathbb{F}$	3	1-7	28	14	14	15	15			7	7
2.	Тензорная алгебра (тензоры, внешние формы)	3	8-14	28	14	14	15	15				
3.	Аффинные пространства; классификация квадрик, группы преобразований и классификация движений	3	15-17	12	6	6	10	10			16	16
	<i>Подготовка к экзамену</i>	3					36			<b>36</b>		
4.	Теория групп	4	1-7	28	14	14	1	1	12		7	7
5.	Конечно порожденные абелевы группы; теория колец и полей	4	8-14	28	14	14	2	2	12			
6.	Основы теории представлений	4	15-17	12	6	6	1	1	12		16	16
	<i>Курсовая работа</i>	4					36		36			
	<i>Подготовка к экзамену</i>	4					36			<b>36</b>		
	Общая трудоемкость, в часах			<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>152</b>	<b>44</b>	<b>36</b>	<b>72</b>		
							Промежуточная аттестация					
							Форма			Семестр		
							Экзамен			3,4		

## 4.2. Содержание дисциплины

### 1. $\lambda$ -объекты ( $\lambda$ -матрицы и $\lambda$ -полиномы) на поле $\mathbb{F}$

1. Определение полиномиальной матрицы. Элементарные преобразования  $\lambda$ -матриц над числовым полем
2. Обратимость элементарных преобразований  $\lambda$ -матриц. Эквивалентность  $\lambda$ -матриц
3. Канонические  $\lambda$ -матрицы. Теорема о приведении  $\lambda$ -матрицы к каноническому виду
4. Инвариантные множители  $\lambda$ -матрицы, единственность канонической формы  $\lambda$ -матрицы
5. Теорема о попарно взаимно простых полиномах
6. Унимодулярные  $\lambda$ -матрицы. Элементарные  $\lambda$ -матрицы.
7. Критерий эквивалентности двух  $\lambda$ -матриц
8. Матричные полиномы
9. Степень  $\lambda$ -матрицы
10. Деление матричных полиномов с остатком
11. Подобие числовых матриц. Нахождение трансформирующей матрицы
12. Жорданова клетка. Канонический вид характеристической матрицы для жордановой клетки
13. Канонический вид характеристической матрицы  $J - \lambda E$  для жордановой матрицы  $J$
14. Критерий подобия жордановых матриц

### 2. Тензорная алгебра (тензоры, внешние формы)

1. Определение тензора. Правило Эйнштейна
2. Тензоры в фиксированном базисе (формула T1)
3. Базисные тензоры, строение базисных тензоров. Переход от одного базиса к другому
4. Изменение компонентов тензора при переходе от одного базиса к другому (формула T2)
5. Изменение базисных тензоров при изменении базиса линейного пространства (формула T3)
6. Действия над тензорами в некотором базисе
7. Классический тензор. Частные случаи классических тензоров
8. Свертка тензора по паре индексов; свертка тензора по паре аргументов различного качества
9. Свертка двух тензоров по паре индексов; свертка тензоров по нескольким парам индексов
10. Подстановка нескольких индексов; подстановка нескольких аргументов
11. Симметрирование и альтернирование по двум индексам
12. Симметричные и кососимметричные двухвалентные тензоры. Симметричные и кососимметричные поливалентные тензоры
13. Контравариантный метрический тензор
14. Жонглирование индекса. Координаты метрических тензоров

### 3. Аффинные пространства; классификация квадрик, группы преобразований и классификация движений

1. Определение аффинного пространства, аксиомы.
2. Каноническая аффинизируемость ЛинПр. Каноническая линеаризируемость носителя АфПр с отмеченной точкой.
3. Размерность АфПр. Изоморфизм АфПр
4. Определение АСК, координаты точек АфПр. Аффинные операции в АСК
5. Изменение координат точек АфПр при переходе от одной АСК к другой. Частные случаи изменения АСК
6. Определение линейного многообразия, уравнение линейного многообразия. Размерность линейного многообразия
7. Аффинные группы. Движения линейного пространства
8. Группы изометрий
9. Квадратичные функции на АфПр. Центральные точки для квадратичной функции

10. Приведение квадратичной формы к каноническому виду
11. Общее понятие квадратики. Центр квадратики. Канонические типы квадратик в АфПр
12. Квадратики в евклидовом пространстве

#### 4. Теория групп

1. Группа, аддитивная, мультипликативная группа. Простейшие св-ва групп
2. Изоморфизм, гомоморфизм групп
3. Подгруппа, собственная подгруппа, полугруппа, моноид, подполугруппа, подмоноид
4. Циклическая группа
5. Разложение группы по подгруппе
6. Нормальные делители
7. Фактор-группа

#### 5. Конечно порожденные абелевы группы; теория колец и полей

1. Абелева группа
2. Прямые суммы абелевых групп
3. Неразложимые абелевы группы
4. Конечные абелевы группы
5. Кольцо, кольцо с единицей, коммутативное кольцо; простейшие св-ва кольца, подкольцо:
6. Поле, подполе, простейшие св-ва полей
7. Гомоморфизм, изоморфизм кольца, поля

#### 6. Основы теории представлений

1. Определения и примеры линейных представлений, унитарные представления
2. Полная приводимость
3. Конечные группы вращений
4. Группы правильных многогранников
5. Лемма Шура и ее следствие
6. Характеристики представлений
7. Неприводимые представления конечных групп. Число неприводимых представлений
8. Степени неприводимых представлений
9. Представления абелевых групп
10. Представления некоторых специальных групп
11. Тензорное произведение представлений

### **5. Образовательные технологии**

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому занятию. В каждом семестре проводятся контрольные работы и коллоквиумы.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

##### **Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий. В течение каждого семестра студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому занятию, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. В каждом семестре предусмотрены коллоквиумы и контрольные работы.

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-7 (1 сем)	$\lambda$ -объекты ( $\lambda$ -матрицы и $\lambda$ -полиномы) на поле $\mathbb{F}$	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Физ.-мат. лит., 2000.	15
8-14 (1 сем)	Тензорная алгебра (тензоры, внешние формы)	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Физ.-мат. лит., 2000.	15
15-17 (1 сем)	Аффинные пространства; классификация квадрик, группы преобразований и классификация движений	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Физ.-мат. лит., 2000.	10
3 сем		Подготовка к экзамену			36
1-7 (1 сем)	Теория групп	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физ.-мат. лит., 2000	1
8-14 (1 сем)	Конечно порожденные абелевы группы; теория колец и полей	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физ.-мат. лит., 2000	2
15-17 (1 сем)	Основы теории представлений	Подготовка к аудиторным занятиям	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физ.-мат. лит., 2000	1
4 сем		Подготовка и написание курсовой работы			36
4 сем		Подготовка к экзамену			36

### 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студенты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает дополнительные практические задания (списки задач из учебников и сборников задач согласно списку основной и дополнительной литературы по изучаемой дисциплине).

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

#### Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	$\lambda$ -объекты ( $\lambda$ -матрицы и $\lambda$ -полиномы) на поле $\mathbb{F}$	ОПК-1, ОПК-2
2	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Аффинные пространства; классификация квадрик, группы преобразований и классификация движений	ОПК-1, ОПК-2
3	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Теория групп	ОПК-1, ОПК-2
4	контрольная работа, коллоквиум, экзамен	Конечно порожденные абелевы группы; теория колец и полей. Основы теории представлений	ОПК-1, ОПК-2

#### Демонстрационные варианты контрольных работ

##### Контрольная работа № 1.

1. Привести  $\lambda$ -матрицу к нормальной диагональной форме путем элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} \lambda + 1 & \lambda^2 + 1 & \lambda^2 \\ 3\lambda - 1 & 3\lambda^2 - 1 & \lambda^2 + 2\lambda \\ \lambda - 1 & \lambda^2 - 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

2. Выяснить, эквивалентны ли между собой матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3\lambda + 1 & \lambda & 4\lambda - 1 \\ 1 - \lambda^2 & \lambda - 1 & \lambda - \lambda^2 \\ \lambda^2 + \lambda + 2 & \lambda & \lambda^2 + 2\lambda \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} \lambda + 1 & \lambda - 2 & \lambda^2 - 2\lambda \\ 2\lambda & 2\lambda - 3 & \lambda^2 - 2\lambda \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найти жорданову форму матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

##### Контрольная работа № 2.

1. Линейная функция  $\varphi(x)$  на  $n$ -мерном линейном пространстве  $V_n$  является ковариантным тензором, т.е. тензором типа  $(1,0)$ .

а) найти его координаты  $a_i$  в данном базисе  $e_i$

б) показать, что числа  $a_i$  являются координатами  $\varphi(x)$  как вектора сопряженного пространства  $V_n^*$  в базисе  $e^i$ , сопряженном базису  $e_i$  пространства  $V_n$ .

2. Пусть  $Ax$  - линейное преобразование и  $\varphi(x)$  - линейная функция на  $n$ -мерном линейном пространстве  $V_n$ . Показать, что функция  $F(x; \varphi) = \varphi(Ax)$  есть тензор типа  $(1,1)$ , матрица которого в любом базисе совпадает с матрицей линейного преобразования  $Ax$  в том же базисе.

3. Найти параметрические уравнения плоскости, заданной общими уравнениями:

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 3$$

$$x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -3$$

4. Найти общие уравнения плоскости, заданной параметрическими уравнениями:

$$x_1 = 2 + t_1 + t_2$$

$$x_2 = 1 + 2t_1 + t_2$$

$$x_3 = -3 + t_1 + 2t_2$$

$$x_4 = 3 + 3t_1 + t_2$$

$$x_5 = 1 + t_1 + 3t_2$$

### Контрольная работа № 3.

№ 1. Выяснить образуют ли группу

- нечетные целые числа относительно сложения
- параллельные переносы трехмерного пространства, если за произведение переносов принято их последовательное выполнение

№ 2. Доказать, что:

- Если  $H$  – конечное множество элементов группы  $G$  и произведение двух любых элементов из  $H$  снова лежит в  $H$ , то  $H$  будет подгруппой группы  $G$ ;
- если все элементы множества  $H$  группы  $G$  имеют конечные порядки и произведение двух любых элементов из  $H$ , то  $H$  будет подгруппой группы  $G$ .

№ 3. Найти смежные классы аддитивной группы целых чисел по подгруппе чисел, кратных данному натуральному числу  $n$ .

### Контрольная работа № 4.

№ 1. Показать, что  $A \oplus A \cong B \oplus B$ , где  $A$  и  $B$  – конечные абелевы группы, то  $A \cong B$

№ 2. Показать, что если  $A, B, C$  – конечные абелевы группы и  $A \oplus C \cong B \oplus C$ , то  $A \cong B$

№ 3. Показать, что всякая конечная абелева группа порядка  $n$ , не делящегося на квадрат целого числа больше 1, является циклической.

### Коллоквиум 1.

- Определение полиномиальной матрицы.
- Элементарные преобразования  $\lambda$ -матриц над числовым полем
- Обратимость элементарных преобразований  $\lambda$ -матриц
- Эквивалентность  $\lambda$ -матриц
- Канонические  $\lambda$ -матрицы
- Теорема о приведении  $\lambda$ -матрицы к каноническому виду (с д-вом)
- Директоры  $\lambda$ -матрицы
- Инвариантность директоров (теорема с д-вом)
- Инвариантные множители  $\lambda$ -матрицы, единственность канонической формы  $\lambda$ -матрицы
- Теорема о попарно взаимно простых полиномах
- Унимодулярные  $\lambda$ -матрицы: определение и простые свойства
- 2 критерия унимодулярности  $\lambda$ -матриц, следствия
- Элементарные  $\lambda$ -матрицы
- Сведение элементарных преобразований к матричному умножению
- Критерий эквивалентности двух  $\lambda$ -матриц (с д-вом)
- Матричные полиномы: определение и св-ва
- Степень  $\lambda$ -матрицы
- Деление матричных полиномов с остатком (с д-вом)
- Подобие числовых матриц: определение и простейшие св-ва
- Основной критерий подобия числовых матриц (с д-вом)

21. Нахождение трансформирующей матрицы
22. Жорданова клетка
23. Канонический вид характеристической матрицы для жордановой клетки
24. Канонический вид характеристической матрицы  $J - \lambda E$  для жордановой матрицы  $J$
25. Критерий подобия жордановых матриц (с д-вом)

### Коллоквиум 2

1. Определение тензора. Правило Эйнштейна. Тензоры в фиксированном базисе (формула T1)
2. Базисные тензоры, строение базисных тензоров. Переход от одного базиса к другому
3. Изменение компонентов тензора при переходе от одного базиса к другому (формула T2).  
Изменение базисных тензоров при изменении базиса линейного пространства (формула T3)
4. Действия над тензорами в некотором базисе
5. Классический тензор (определение). Частные случаи классических тензоров (4 примера).  
Эквивалентность двух определений тензоров
6. Свертка тензора по паре индексов; свертка тензора по паре аргументов различного качества
7. Свертка двух тензоров по паре индексов; свертка тензоров по нескольким парам индексов
8. Подстановка нескольких индексов; подстановка нескольких аргументов
9. Симметрирование и альтернирование по двум индексам
10. Симметричные и кососимметричные двухвалентные тензоры. Симметричные и кососимметричные поливалентные тензоры
11. Контравариантный метрический тензор
12. Жонглирование индекса (вектор - ковектор; ковектор - вектор). Жонглирование индекса (нижний индекс - верхний индекс; верхний индекс - нижний индекс)
13. Координаты метрических тензоров
  
14. Определение аффинного пространства (АфПр), аксиомы. Простейшие (важнейшие) теоремы теории АфПр
15. Каноническая аффинизируемость ЛинПр. Каноническая линеаризируемость носителя АфПр с отмеченной точкой
16. Размерность АфПр. Изоморфизм АфПр, теорема
17. Определение АСК, координаты точек АфПр
18. Аффинные операции в АСК
19. Изменение координат точек АфПр при переходе от одной АСК к другой
20. Частные случаи изменения АСК
21. Определение линейного многообразия, уравнение линейного многообразия. Размерность линейного многообразия
22. Аффинные группы. Движения линейного пространства
23. Группы изометрий
24. Квадратичные функции на АфПр. Центральные точки для квадратичной функции
25. Приведение квадратичной формы к каноническому виду
26. Общее понятие квадрики. Центр квадрики. Канонические типы квадрик в АфПр
27. Квадрики в евклидовом пространстве

### Коллоквиум 3

1. Группа, аддитивная, мультипликативная группа.
2. Простейшие св-ва групп (6 шт.)
3. Определение изоморфизма, гомоморфизма групп, св-ва изоморфизма
4. Подгруппа: *опред-е, теорема (с д-вом)*
5. Собственная подгруппа, полугруппа, моноид
6. Подполугруппа, подмоноид
7. Циклическая группа

8. Разложение группы по подгруппе
9. Нормальные делители
10. Фактор-группа
11. Абелева группа
12. Прямые суммы абелевых групп
13. Неразложимые абелевы группы
14. Конечные абелевы группы
15. Кольцо, кольцо с единицей, коммутативное кольцо
16. Простейшие св-ва кольца (4 шт.)
17. Подкольцо: опр-е, теорема
18. Поле, подполе
19. Простейшие св-ва полей (10 шт)
20. Гомоморфизм, изоморфизм кольца
21. Гомоморфизм, изоморфизм поля

#### ***Коллоквиум 4***

1. Определения и примеры линейных представлений
2. Унитарные представления
3. Полная приводимость
4. Конечные группы вращений
5. Группы правильных многогранников
6. Лемма Шура и ее следствие
7. Характеристики представлений
8. Неприводимые представления конечных групп. Число неприводимых представлений
9. Степени неприводимых представлений
10. Представления абелевых групп
11. Представления некоторых специальных групп
12. Тензорное произведение представлений

#### ***Перечень рекомендуемых тем для выполнения курсовой работы.***

1. Алгебра Ли. Когомологии алгебры Ли
2. Гиперкомплексные числа и теорема Фробениуса
3. Базисы Гребнера и системы алгебраических уравнений
4. Теорема Абеля о неразрешимости в радикалах общего алгебраического уравнения 5-ой степени
5. Приведение к простейшему виду матрицы линейного преобразования
6. Симплициальные комплексы. Гомологии и когомологии симплициальных комплексов
7. Теремы Силова
8. Нильпотентные и разрешимые алгебры Ли
9. Линейные представления конечных групп
10. Поле разложения многочлена. Доказательство Гаусса основной теоремы алгебры
11. Конечные абелевы группы
12. Копредставления групп
13. Линейные группы
14. Каноническая форма Фробениуса линейного оператора.
15. Уравнение Пелля.
16. Решение систем линейных уравнений в целых числах

## Перечень вопросов к экзамену

### Семестр 3:

1. Определение полиномиальной матрицы. Элементарные преобразования  $\lambda$ -матриц над числовым полем
2. Обратимость элементарных преобразований  $\lambda$ -матриц. Эквивалентность  $\lambda$ -матриц
3. Канонические  $\lambda$ -матрицы. Теорема о приведении  $\lambda$ -матрицы к каноническому виду
4. Инвариантные множители  $\lambda$ -матрицы, единственность канонической формы  $\lambda$ -матрицы
5. Теорема о попарно взаимно простых полиномах
6. Унимодулярные  $\lambda$ -матрицы: определение и простые свойства. 2 критерия унимодулярности  $\lambda$ -матриц, следствия
7. Элементарные  $\lambda$ -матрицы. Сведение элементарных преобразований к матричному умножению
8. Критерий эквивалентности двух  $\lambda$ -матриц
9. Матричные полиномы: определение и св-ва
10. Степень  $\lambda$ -матрицы
11. Деление матричных полиномов с остатком
12. Подобие числовых матриц: определение и простейшие св-ва. Основной критерий подобия числовых матриц (с д-вом). Нахождение трансформирующей матрицы
13. Жорданова клетка. Канонический вид характеристической матрицы для жордановой клетки
14. Канонический вид характеристической матрицы  $J - \lambda E$  для жордановой матрицы  $J$
15. Критерий подобия жордановых матриц
16. Определение тензора. Правило Эйнштейна
17. Тензоры в фиксированном базисе (формула T1)
18. Базисные тензоры, строение базисных тензоров. Переход от одного базиса к другому
19. Изменение компонентов тензора при переходе от одного базиса к другому (формула T2)
20. Изменение базисных тензоров при изменении базиса линейного пространства (формула T3)
21. Действия над тензорами в некотором базисе
22. Классический тензор. Частные случаи классических тензоров
23. Эквивалентность двух определений тензоров
24. Свертка тензора по паре индексов; свертка тензора по паре аргументов различного качества
25. Свертка двух тензоров по паре индексов; свертка тензоров по нескольким парам индексов
26. Подстановка нескольких индексов; подстановка нескольких аргументов
27. Симметрирование и альтернирование по двум индексам
28. Симметричные и кососимметричные двухвалентные тензоры. Симметричные и кососимметричные поливалентные тензоры
29. Контравариантный метрический тензор
30. Жонглирование индекса (вектор - ковектор; ковектор - вектор). Жонглирование индекса (нижний индекс - верхний индекс; верхний индекс - нижний индекс)
31. Координаты метрических тензоров
32. Определение аффинного пространства, аксиомы. Простейшие (важнейшие) теоремы теории АфПр
33. Каноническая аффинизируемость ЛинПр. Каноническая линейизируемость носителя АфПр с отмеченной точкой.
34. Размерность АфПр. Изоморфизм АфПр, теорема
35. Определение АСК, координаты точек АфПр. Аффинные операции в АСК
36. Изменение координат точек АфПр при переходе от одной АСК к другой. Частные случаи изменения АСК

37. Определение линейного многообразия, уравнение линейного многообразия. Размерность линейного многообразия
38. Аффинные группы. Движения линейного пространства
39. Группы изометрий
40. Квадратичные функции на АфПр. Центральные точки для квадратичной функции
41. Приведение квадратичной формы к каноническому виду
42. Общее понятие квадратики. Центр квадратики. Канонические типы квадратик в АфПр
43. Квадрики в евклидовом пространстве

#### Семестр 4:

1. Группа, аддитивная, мультипликативная группа.
2. Простейшие св-ва групп (6 шт.)
3. Определение изоморфизма, гомоморфизма групп, св-ва изоморфизма
4. Подгруппа: определ-е, теорема
5. Собственная подгруппа, полугруппа, моноид
6. Подполугруппа, подмоноид
7. Циклическая группа
8. Разложение группы по подгруппе
9. Нормальные делители
10. Фактор-группа
11. Абелева группа
12. Прямые суммы абелевых групп
13. Неразложимые абелевы группы
14. Конечные абелевы группы
15. Кольцо, кольцо с единицей, коммутативное кольцо
16. Простейшие св-ва кольца (4 шт.)
17. Подкольцо: опр-е, теорема
18. Поле, подполе
19. Простейшие св-ва полей (10 шт)
20. Гомоморфизм, изоморфизм кольца
21. Гомоморфизм, изоморфизм поля
22. Определения и примеры линейных представлений
23. Унитарные представления
24. Полная приводимость
25. Конечные группы вращений
26. Группы правильных многогранников
27. Лемма Шура и ее следствие
28. Характеристики представлений
29. Неприводимые представления конечных групп. Число неприводимых представлений
30. Степени неприводимых представлений
31. Представления абелевых групп
32. Представления некоторых специальных групп
33. Тензорное произведение представлений

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Линейная алгебра»

а) основная литература:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры. М.: Физ.-мат. лит., 2000.  
<https://e.lanbook.com/book/59284#authors>
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Физ.-мат. лит., 2000.  
<https://e.lanbook.com/book/59284#authors>
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физ.-мат. лит., 2000  
<https://e.lanbook.com/book/59284#authors>
4. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: ЛБЗ, 2001.  
<https://e.lanbook.com/book/529#authors>
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.-М.: Изд-во «Лань», 2005.  
<https://e.lanbook.com/book/30198#authors>

б) дополнительная литература:

1. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре.- СПб Лань, 2005  
<https://e.lanbook.com/book/399#authors>
2. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособ. для вузов.-СПб.: Изд-во «Лань», 2002  
<https://e.lanbook.com/book/397#authors>

в) Интернет-ресурсы

1. <http://www.mcsme.ru/free-books/> - Свободно распространяемые издания Московского Центра непрерывного математического образования.
2. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> - Электронная физико-математическая библиотека EqWorld
3. <http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал Math-Net.Ru
4. <http://elibrary.ru> - Научная электронная библиотека
5. <http://lineal.guru.ru>
6. <http://mech.math.msu.su/department/algebra>

г) программное обеспечение не требуется.

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Линейная алгебра»

При освоении дисциплины необходимы учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий.

### 9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на компьютере, в формате тестирования и т.д.) и позволяет оценить достижения ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровня сформированности всех заявленных компетенций. На экзамен приглашается сопровождающий, который обеспечивает техническое сопровождение студенту. При необходимости студенту-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене.

Рабочая программа дисциплины С1.1.10 «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика».

программу составили:

Хорошева Э.А., доцент каф. МСМ

*Э.А. Хорошева*

(Ф.И.О., должность, подпись)

(Ф.И.О., должность, подпись)

Исходящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры МСМ

протокол № 3

от « 1 » 10 2016 года

в. кафедрой \_\_\_\_\_

*Ю.Г. Смирнов*

Смирнов Ю.Г.

(подпись, Ф.И.О.)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

протокол № 2

от « 3 » 10 2016 года

Председатель методической комиссии  
факультета ВТ

*Т.В. Глотова*

Глотова Т.В.

(подпись)

(Ф.И.О.)

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2018	Пр. № 105 4.09.17	В.А. Сергеев	—	—	—