

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета



Л. Р. Фионова

(Фамилия, инициалы)

шоча 2015г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.2.20.1 Теория приближения**

Направление подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика»

Профиль подготовки «Математическое моделирование в экономике и технике»

Квалификация (степень) выпускника – *бакалавр*

Форма обучения очная

Пенза, 2015

Рабочая программа дисциплины «Теория приближения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика».

Программу составили:

Бойков И. В., зав. кафедрой «ВиПМ»



(Ф.И.О., должность, подпись)

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 7.1

от « 29 » 05 2015 года

Зав. кафедрой «ВиПМ»



И. В. Бойков

(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой  
«Высшая и прикладная математика»



И. В. Бойков

(название кафедры)

(подпись, Ф.И.О., дата)

Программа одобрена методической комиссией факультета вычислительной техники

Протокол № 6

от « 15 » июня 2015 года

Председатель методической комиссии  
факультета вычислительной техники

(подпись)



Н. Н. Коннов

(Ф.И.О.)

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория приближения» являются

- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- формирование у обучаемых математических знаний для успешного овладения общенаучными и общеинженерными дисциплинами на необходимом научном уровне.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата:

Дисциплина Б1.2.20.1 «Теория приближения» относится к числу дисциплин по выбору. Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами курсов «Математический анализ» (Б1.1.07), «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (Б1.1.08), «Теория функций и элементы функционального анализа» (Б1.2.02). Для изучения дисциплины «Теория приближения» необходимо владеть сведениями из теории дифференциального и интегрального исчисления, линейной алгебры, математического анализа, функционального анализа. Дисциплина служит основой для дальнейшего изучения таких дисциплин, как «Прикладной функциональный анализ» (Б1.2.22.2), «Граничные интегральные уравнения» (Б1.2.07), «Численные методы» (Б1.1.19), «Вычислительная математика» (Б1.2.09)

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Теория приближения»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК–1	готовность к самостоятельной работе	<b>Знать:</b> основные понятия конструктивной теории функций: первая и вторая теоремы Вейерштрасса; построение интерполяционных полиномов, полиномы Бернштейна, полиномы наилучшего приближения, теоремы Джексона, обратные теоремы конструктивной теории функций, основные результаты гармонического анализа; основные понятия теории ортогональных многочленов: общие теоремы, основные сведения о полиномах Чебышева первого рода, о полиномах Лежандра; основные понятия о сплайнах, поперечниках и энтропии: основные сведения о теории сплайнов, поперечников и энтропии, построение сплайнов для различных классов функций; оценки поперечников и энтропии для различных классов функций.

		<p><b>Уметь:</b> строить аппараты приближения в виде интерполяционных полиномов, отрезков рядов, сплайнов; применять полученные знания при изучении других дисциплин: численные методы, прикладной функциональный анализ, методы граничных интегральных уравнений.</p>
		<p><b>Владеть:</b> навыками построения методов приближения различных классов функций, методами оценки погрешности приближения различных классов функций.</p>
ПК-9	Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат.	<p><b>Знать:</b> применение аппарата теории приближения к численному решению естественнонаучных проблем.</p>
		<p><b>Уметь:</b> проводить оценки точности численного решения естественнонаучных проблем.</p>
		<p><b>Владеть:</b> современными методами теории приближения.</p>
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	<p><b>Знать:</b> основные понятия теории приближений: методы построения и оценки погрешности интерполяционных полиномов, сплайнов, отрезков рядом по различным системам функций, методы суммирования расходящихся рядов.</p>
		<p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для построения адекватной математической модели метода аппроксимации. численному решению естественнонаучных проблем.</p>
		<p><b>Владеть:</b> основными положениями конструктивной теории функций, теории сплайнов, поперечников и энтропии.</p>



1.5.	Тема 1.5. Оператор Джексона. Теорема Джексона.	4	5	4	2		2	4	4		-								
1.6.	Тема 1.6. Тригонометрические полиномы наилучшего приближения. Алгебраические полиномы наилучшего приближения.	4	6	4	2		2	4	4		-								
1.7.	Тема 1.7. Неравенства Бернштейна, Никольского для норм производных тригонометрических полиномов.	4	7	4	2		2	4	4		-								
1.8.	Тема 1.8 . Обратные теоремы конструктивной теории функций. Первая теорема Бернштейна.	4	8	4	2		2	4	4		-								
1.9.	Тема 1.9 . Обратные теоремы конструктивной теории функций. Вторая теорема Бернштейна.	4	9	4	2		2	4	4		-								
2.	<b>Раздел 2 Ряды Фурье</b>	4	10-13	<b>16</b>	<b>8</b>		<b>8</b>	<b>16</b>	<b>12</b>		<b>4</b>								
2.1.	Тема 2.1. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Явление Гиббса.	4	10	4	2		2	4	3		1								
2.2.	Тема 2.2. Теорема Лебега о сходимости рядов Фурье	4	11	4	2		2	4	3		1								
2.3.	Тема 2.3. Суммирование расходящихся рядов. Метод Фейера.	4	12	4	2		2	4	3		1								
2.4.	Тема 2.4. Суммирование расходящихся рядов. Метод Валле-Пуссена.	4	13	4	2		2	4	3		1								

3.	<b>Раздел 3. Классические ортогональные многочлены</b>	4	14-17	<b>16</b>	<b>8</b>		<b>8</b>	<b>20</b>	<b>16</b>		<b>4</b>								
3.1.	Тема 3.1. Общие теоремы.		14	<b>4</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>5</b>	<b>4</b>		<b>1</b>								
3.2.	Тема 3.2. Полиномы Чебышева первого рода.	4	15	4	2		2	5	4		1								
3.3.	Тема 3.3. Полиномы Чебышева второго рода.	4	16	4	2		2	5	4		1								
3.4.	Тема 3.4. Полиномы Якоби	4	17	4	2		2	5	4		1								
	<b>Обзор</b>	4	18	4	<b>2</b>		2												
	<b>Курсовая работа</b>	4																	
	<b>Экзамен</b>	4								36									
	<b>Всего за семестр</b>			72	36		36	72	60	36	12								
	<b>Пятый семестр</b>																		
4.	<b>Раздел 4. Сплайны и поперечники.</b>	5	1-12	<b>36</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>36</b>	<b>30</b>			6							
4.1.	Тема 4.1. Сплайны на классе непрерывных функций одной переменной	5	1	3	1	1	1	3	2			1							
4.2.	Тема 4.2. Сплайны на классе непрерывных функций многих переменных	5	2	3	1	1	1	3	2			1							
4.3.	Тема 4.3. Сплайны на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $Q_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	5	3	3	1	1	1	3	2			1							
4.4.	Тема 4.4. Сплайны на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $B_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	5	4	3	1	1	1	3	2			1							
4.5.	Тема 4.5. Сплайны на классе сингулярных функций многих переменных. Класс	5	5	3	1	1	1	3	2			1							

	$Q_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$																		
4.6.	Тема 4.6. Сплайны на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $B_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	5	6	3	1	1	1	3	2			1							
4.7.	Тема 4.7. Поперечники на классе непрерывных функций одной переменной	5	7	3	1	1	1	3	3			-							
4.8.	Тема 4.8. Поперечники на классе непрерывных функций многих переменных	5	8	3	1	1	1	3	3			-							
4.9.	Тема 4.9. Поперечники на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $Q_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	5	9	3	1	1	1	3	3			-							
4.10.	Тема 4.10. Поперечники на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $B_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	5	10	3	1	1	1	3	3			-							
4.11.	Тема 4.11. Поперечники на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $Q_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	5	11	3	1	1	1	3	3			-							
4.12.	Тема 4.12. Поперечники на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $B_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	5	12	3	1	1	1	3	3			-							
5.	<b>Раздел 5. Энтропия.</b>	5	13-18	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>18</b>	<b>14</b>			4							
5.1.	Тема 5.1. Энтропия гладких функций одной переменной.	5	13	3	1	1	1	3	3			-							





## 4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Конструктивная теория функций.	<p>Полиномы Бернштейна. Сходимость. Оценки. Теорема Вейерштрасса о приближении функций алгебраическими полиномами. Полиномы Валле–Пуссена. Теорема Вейерштрасса о приближении функций тригонометрическими полиномами. Теорема Бореля. Теоремы Джексона</p> <p>Оценки наилучших приближений для различных классов функций. Теорема Бернштейна об оценке производных. Обратные теоремы о структурных свойствах функций. Первая теорема Бернштейна. Вторая теорема Бернштейна..</p>
2.	Ряды Фурье.	<p>Понятие пространства со скалярным произведением. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Теорема Лебега о сходимости рядов Фурье. Суммирование рядов Фурье. Явление Гиббса. Суммирование по Фейеру расходящихся рядов. Суммирование по Валле–Пуссену расходящихся рядов.</p>
3.	Классические ортогональные многочлены	<p>Общие теоремы. Полиномы Чебышева первого рода. Полиномы Чебышева второго рода. Полиномы Лагерра. Полиномы Лежандра. Полиномы Эрмита.</p>
4.	Сплаины и поперечники	<p>Построение сплайнов. Приближение сплайнами различных классов гладких функций одной переменной. Приближение сплайнами различных классов гладких функций многих переменных. Понятие поперечников функциональных множеств. Поперечники Колмогорова и Бабенко. Оценки поперечников. Поперечники на классе сингулярных функций одной переменной. Класс <math>Q_{r,\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]</math>.</p>

		Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ . Поперечники на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $Q_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ . Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .
5.	Энтропия	Понятие $\varepsilon$ – энтропии. Оценки $\varepsilon$ – энтропии различных классов функций. Энтропия гладких функций одной переменной. Энтропия гладких функций многих переменных. Энтропия сингулярных функций одной переменной. Классы $Q_{ry}(\Omega, M), B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ . Энтропия сингулярных функций многих переменных. Классы $Q_{ry}(\Omega, M), B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$ Методы восстановления функций.

## 5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Теория приближения» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения» (темы 1.1, 2.1, 3.1); по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- организации самостоятельной работы на основе лично-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.
- Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.  
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,  
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**6.1. План самостоятельной работы студентов**

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
	<b>ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР</b>				
<b>1-9</b>	Раздел 1. Конструктивная теория функций.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	36
<b>1</b>	Тема 1.1. Полином Бернштейна в действительной области.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	4
<b>2</b>	Тема 1.2. Полином Бернштейна в действительной области. Оценки погрешности. Первая теорема Вейерштрасса.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	4
<b>3</b>	Тема 1.3. Положительный оператор Валле-Пуссена. Вторая теорема Вейерштрасса.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой	Решение задач, изучение теоретического	Основная 1, 2	4

		работе.	материала		
4	Тема 1.4. Полиномы наилучшего приближения. Теорема Бореля.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	4
5	Тема 1.5. Оператор Джексона. Теорема Джексона.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	4
6	Тема 1.6. Тригонометрические полиномы наилучшего приближения. Алгебраические полиномы наилучшего приближения.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	4
7	Тема 1.7. Неравенства Бернштейна, Никольского для норм производных тригонометрических полиномов.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	44
8	Тема 1.8 . Обратные теоремы конструктивной теории функций. Первая теорема Бернштейна.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой	Решение задач, изучение теоретического	Основная 1, 2	4

		работе.	материала		
<b>9</b>	Тема 1.9 . Обратные теоремы конструктивной теории функций. Вторая теорема Бернштейна.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	4
<b>10-13</b>	Раздел 2. Ряды Фурье.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 2 Дополнительная 1	16
<b>10</b>	Тема 2.1. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Явление Гиббса.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 2 Дополнительная 1	4
<b>11</b>	Тема 2.2. Теорема Лебега о сходимости рядов Фурье	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 2 Дополнительная 1	4
<b>12</b>	Тема 2.3. Суммирование расходящихся рядов. Метод Фейера.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой	Решение задач, изучение теоретического	Основная 2 Дополнительная 1	4

		работе	материала		
<b>13</b>	Тема 2.4. Суммирование расходящихся рядов. Метод Валле-Пуссена.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 2 Дополнительная 1	4
<b>14-18</b>	Раздел 3. Классические ортогональные многочлены	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе	Изучение теоретического материала и решение задач	Дополнительная 1	16
<b>14</b>	Тема 3.1. Общие теоремы.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе	Решение задач, изучение теоретического материала	Дополнительная 1	4
<b>15</b>	Тема 3.2. Полиномы Чебышева первого рода.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе	Решение задач, изучение теоретического материала	Дополнительная 1	4
<b>16</b>	Тема 3.3. Полиномы Чебышева второго рода.	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой	Решение задач, изучение теоретического	Дополнительная 1	4

		работе	материала		
17	Тема 3.4. Полиномы Якоби	Подготовка к аудиторным занятиям, контрольной работе, курсовой работе	Решение задач, изучение теоретического материала	Дополнительная 1	4
18	Все темы	Подготовка к экзамену	Решение задач, изучение теоретического материала	Дополнительная 1	4
<b>ПЯТЫЙ СЕМЕСТР</b>					
1-12	Сплаины и поперечники	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Изучение теоретического материала и решение задач	Основная 1,2	36
1	Тема 4.1. Сплаины на классе непрерывных функций одной переменной	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
2	Тема 4.2. Сплаины на классе непрерывных функций многих переменных	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического	Основная 1, 2	3



			· материала		
3	Тема 4.3. Сплаины на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $Q_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
4	Тема 4.4. Сплаины на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
5	Тема 4.5. Сплаины на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $Q_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
6	Тема 4.6. Сплаины на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
7	Тема 4.7. Поперечники на классе непрерывных функций одной переменной	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического	Основная 1, 2	3

			· материала		
8	Тема 4.8. Поперечники на классе непрерывных функций многих переменных	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
9	Тема 4.9. Поперечники на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $Q_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
10	Тема 4.10. Поперечники на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
11	Тема 4.11. Поперечники на классе сингулярных функций одной переменной. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1, 2	3
12	Тема 4.12. Поперечники на классе сингулярных функций многих переменных. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического	Основная 1, 2	3

			· материала		
<b>13-18</b>	Энтропия	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Изучение теоретического материала и решение задач	Основная 1	18
<b>13</b>	Тема 5.1. Энтропия гладких функций одной переменной.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1	3
<b>14</b>	Тема 5.2. Энтропия гладких функций многих переменных.	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1	3
<b>15</b>	Тема 5.3. Энтропия сингулярных функций одной переменной. Класс $Q_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1	3
<b>16</b>	Тема 5.4. Энтропия сингулярных функций одной переменной. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]$ .	Подготовка к аудиторным занятиям и контрольной работе.	Решение задач, изучение теоретического	Основная 1	3

			материала		
17	Тема 5.5. Энтропия сингулярных функций многих переменных. Класс $Q_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	Подготовка к аудиторным занятиям.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1	3
18	Тема 5.6. Энтропия сингулярных функций многих переменных. Класс $B_{ry}(\Omega, M), \Omega = [-1, 1]^l, l = 2, 3, \dots$	Подготовка к аудиторным занятиям.	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1	3
	Все темы	Подготовка к зачету	Решение задач, изучение теоретического материала	Основная 1,2 Дополнительная 1	

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям, контрольным работам и коллоквиумам** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.
- **Подготовка рефератов и докладов** осуществляется с использованием дополнительной литературы.
- **Подготовка к зачету** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.
- **Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

### 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

#### Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Проведение контрольной работы	Разделы 1,2,3.	ОПК-1, ПК-12
2	Проверка курсовой работы и заслушивание доклада	Разделы 4,5.	ОПК-1, ПК-9, ПК-12

### 6.4. Лабораторный практикум

Примерные темы лабораторных работ

1. Интерполяция функций одной переменной.
2. Интерполяция функций многих переменных.
3. Интерполяционные процессы по Бернштейну, Бернштейну–Рогозинскому.
4. Разложение функций по ортогональным многочленам.
5. Приближение гладких функций одной переменной сплайнами.
6. Приближение гладких функций многих переменных сплайнами.
7. Приближение функций из  $Q_{r,\gamma}([-1,1], M)$  сплайнами.
8. Приближение функций из  $Q_{r,\gamma}([-1,1]^l, M)$ ,  $l = 2, 3, \dots$  сплайнами.
9. Восстановление функций.

### 6.5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

#### Стандартные темы

1. Локальные сплайны на классе  $Q_{r,\gamma}(\Omega)$ . Одномерный случай.
2. Локальные сплайны на классе  $Q_{r,\gamma}(\Omega)$ . Многомерный случай.
3. Энтропия и восстановление функций из класса  $Q_{r,\gamma}(\Omega)$ . Одномерный случай.
4. Энтропия и восстановление функций из класса  $Q_{r,\gamma}(\Omega)$ . Многомерный случай.
5. Локальные сплайны на классе  $B_{r,\gamma}(\Omega)$ . Одномерный случай.
6. Локальные сплайны на классе  $B_{r,\gamma}(\Omega)$ . Многомерный случай.
7. Энтропия и восстановление функций из класса  $B_{r,\gamma}(\Omega)$ . Одномерный случай.
8. Энтропия и восстановление функций из класса  $B_{r,\gamma}(\Omega)$ . Многомерный случай.
9. Теорема Котельникова и поперечники в среднем. (Аппроксимация целых функций).
10. Наилучшее приближение сплайнами  $r$  - раз дифференцируемых функций.
11. Сплайн-интерполяция на классах  $W_p^r$  и  $\tilde{W}_p^r$ .
12. Сложность восстановления функций на двоичных автоматах.
13. Представление функций многих переменных суперпозициями функций меньшего числа переменных.

14. Теорема Арнольда - Колмогорова о представлении функций многих переменных суперпозициями функций одной переменной и операцией сложения.
15. Сферические функции. Разложение в ряд Фурье по сферическим функциям.
16. Функции Хаара. Разложение по функциям Хаара.
17. Адаптивные методы восстановления функций из  $Q_{r\gamma}(\Omega)$ . Одномерный случай.
18. Адаптивные методы восстановления функций из  $Q_{r\gamma}(\Omega)$ . Многомерный случай.
19. Адаптивные методы восстановления функций из  $B_{r\gamma}(\Omega)$ . Одномерный случай.
20. Адаптивные методы восстановления функций из  $B_{r\gamma}(\Omega)$ . Многомерный случай.
21. Теорема Котельникова и поперечники в среднем в многомерном случае.
22. Локальные эрмитовы сплайны.
23. Полиномы Лагерра. Разложение по полиномам Лагерра.
24. Полиномы Эрмита. Разложение по полиномам Эрмита.
25. Теория всплесков (основные понятия).
26. Аппроксимация рациональными функциями (основные понятия).
27. Теория приближений в Хаусдорфовой метрике.
28. Энтропия и восстановление функций из класса  $Q_{r\gamma}(\Omega, M)$  в метрике пространства  $L_p$ . Одномерный и многомерный случаи.
29. Представление функций многих переменных в нейронных сетях.
30. Аппроксимация функций многих переменных с доминирующей смешанной производной.

#### Нестандартные темы

1. Вычислить поперечники Бабенко и Колмогорова множества функций  $\bar{Q}_{r,\gamma}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 2, \dots$ , при  $s/(s - \gamma) > l/(l - 1)$ .
2. Вычислить поперечники Бабенко и Колмогорова множества функций  $\bar{Q}_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = 1, 2, \dots$ , при различных сочетаниях  $p$  и  $q$ .
3. Вычислить поперечники Бабенко и Колмогорова множества функций  $B_{r\gamma}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]$ .
4. Ввести классы функций  $B_{r\gamma p}(\Omega, M)$  и вычислить поперечники Бабенко и Колмогорова на этих классах.
5. Оценить снизу поперечник Бабенко  $\delta_n(\bar{B}_{r,\gamma}(\Omega, M))$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$
6. Построить  $2\varepsilon$  покрытие множества функций  $Q_{r,\gamma}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 2, 3, \dots$
7. Вычислить  $\varepsilon$ -энтропию множества функций  $B_{r,\gamma}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$
8. Вычислить  $\varepsilon$ -энтропию множества функций  $Q_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , в пространстве  $L_q(\Omega)$ ,  $1 \leq q < \infty$ .
9. Вычислить  $\varepsilon$ -энтропию множества функций  $B_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , в пространстве  $L_q(\Omega)$ ,  $1 \leq q \leq \infty$ .
10. Вычислить  $\varepsilon$ -энтропию множества функций  $Q_{r,\gamma}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]$  в хаусдорфовой метрике.
11. Вычислить  $\varepsilon$ -энтропию множества функций  $B_{r,\gamma}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]$  в хаусдорфовой метрике.
12. Построить адаптивный алгоритм приближения функций из множества  $Q_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$

13. Ввести класс функций  $B_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ . Построить адаптивный алгоритм приближения функций из класса  $B_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$

14. Ввести класс функций  $\bar{B}_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ . Построить адаптивный алгоритм приближения функций на классе  $\bar{B}_{r,\gamma,p}(\Omega, M)$ ,  $\Omega = [-1, 1]^l$ ,  $l = 1, 2, \dots$

### 6.6. Примерные темы контрольной работы №1

1. Интерполяция на сегменте.
2. Интерполяция периодических функций.
3. Построение полиномов Бернштейна на сегменте  $[a, b] \neq [0; 1]$
4. Оценка  $E_n(f)$ ,  $f \in W^r(1)$ ,  $r = 1, 2, \dots$
5. Теорема Лебега.
6. Теорема Бореля.
7. Полиномы наилучшего приближения.
8. Обратные теоремы конструктивной теории функций (класс  $W^1(1)$ ).
9. Обратные теоремы конструктивной теории функций (класс  $W^r(1)$ ,  $r = 2, 3$ ).
10. Теоремы Бернштейна о производной от полинома.
11. Доказать равенство

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\sin nt}{\sin t} \right)^4 dt = \frac{\pi n(2n^2 + 1)}{6}$$

12. Доказать неравенство

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} t \left( \frac{\sin nt}{\sin t} \right)^4 dt < \frac{\pi^2 n^2}{4}$$

13. Пусть  $f \in H_\alpha(M)$ ,  $0 < \alpha \leq 1$ . Оценить  $E_n(f)$ .
14. Пусть  $f \in W^r(M)$ ,  $r = 1, 2, \dots$ . Оценить  $E_n(f)$ .
15. Пусть у функции  $f(x) \in C[0; 2\pi]$  существуют конечные производные всех порядков. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 E_n) = 0$  при любом  $g$ .
16. Разложение непрерывных функций в ряд по полиномам Чебышева.
17. Суммирование расходящихся рядов.

### 6.7. Примерные темы контрольной работы №2

1. Построение локальных сплайнов на классе функций Гельдера.
2. Построение локальных сплайнов на классе функций  $W^r(1)$ .
3. Построение локальных сплайнов на классе функций  $Q_{r\gamma}(\Omega, 1)$ ,  $\Omega = [-a, a]$ ,  $a > 0$ .
4. Построение эрмитовых сплайнов на классе функций  $W^r(1)$ .
5. Построение сплайнов на классах функций  $H_{\alpha\alpha}(M)$ .
6. Построение сплайнов на классах функций  $W^{rr}(M)$ .
7. Поперечники класса функций Гельдера.
8. Поперечники класса функций  $W^r(1)$ .
9. Поперечники класса функций  $H_{\alpha\alpha}(1)$ .

10. Поперечники класса функций  $W^{r,r}(1)$ .
11. Энтропия конечных множеств.
12. Энтропия класса функций  $H_\alpha(1)$ .
13. Энтропия класса функций  $W^r(1)$ .
14. Энтропия класса функций  $H_{\alpha\alpha}(1)$ .
15. Энтропия класса функций  $W^{r,r}(1)$ .

### 6.8. Примерные вопросы к зачету

1. Построение локальных сплайнов на классе непрерывных функций (одномерный случай)
2. Построение локальных сплайнов на классах Гельдера (одномерный случай)
3. Построение локальных сплайнов на классе  $W^r(1)$
4. Построение локальных сплайнов на классе  $Q_{r\gamma}([-1,1], M)$
5. Вычисление поперечников на классе Гельдера (одномерный случай)
6. Вычисление поперечников на классе  $W^r(1)$
7. Вычисление поперечников на классе  $Q_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1,1]$
8. Вычисление  $\varepsilon$  – энтропии на классе Гельдера (одномерный случай)
9. Вычисление  $\varepsilon$  – энтропии на классе  $W^r(1)$
10. Вычисление  $\varepsilon$  – энтропии на классе  $Q_{r\gamma}(\Omega, M), \Omega = [-1,1]$
11. Построение локальных сплайнов на классе непрерывных функций (многомерный случай)
12. Построение локальных сплайнов на классах Гельдера (многомерный случай)
13. Вычисление поперечников на классе функций Гельдера (многомерный случай)
14. Вычисление  $\varepsilon$  – энтропии на классе функций Гельдера (многомерный случай)

### 6.9. Примерные вопросы к экзамену

1. Первая теоремы Вейерштрасса
2. . Вторая теоремы Вейерштрасса
3. Теорема Бернштейна (доказательство теоремы)
4. Ряды Фурье. Теорема Лебега.
5. Полиномы наилучшего приближения (теорема Бореля)
6. Теорема Валле- Пуссена.



7. Интерполяционные полиномы.
8. Ряды Фурье. Теорема Лебега (подготовительные леммы)
9. Чебышевский альтернанс.
10. Полиномы Валле-Пуссена.
11. Полином Бернштейна
12. Теоремы Джексона
13. Теоремы Джексона (подготовительные леммы)
14. Теорема о существовании (+) и (-) точек.
15. Первая теорема Бернштейна о структурных свойствах функций
16. . Вторая теорема Бернштейна о структурных свойствах функций
17. Теоремы Джексона о приближении алгебраическими полиномами.
18. Суммы Фейера

### **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория приближения»**

#### **Основная литература**

1. Бойков И.В. Оптимальные методы приближения функций и вычисление интегралов. Пенза. ППИ. 2007. 296с.  
[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=7526](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=7526)
2. Бахвалов Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 6-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с. - (Классический университетский учебник). [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=9551](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=9551)

#### Дополнительная литература

1. Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены : учебное пособие / П. К. Суетин. - 3-е изд. перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 480 с. - (Математика. Прикладная математика).

[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=9313](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=9313)

#### Электронные издания и информационные базы данных

1. Бойков И.В. Оптимальные методы приближения функций и вычисление интегралов. Пенза. ППИ. 2007. 296с.

[http://dep\\_vipm.pnzgu.ru/files/dep\\_vipm.pnzgu.ru/books/boikov3.pdf](http://dep_vipm.pnzgu.ru/files/dep_vipm.pnzgu.ru/books/boikov3.pdf)

#### Информационное обеспечение дисциплины:

ПО «MathCad», регистрационный номер 969/CL073530 (25 лицензий) (УИ) (договор АО «СофтЛайн Трейд» 2010 г. Бессрочный);

Microsoft VISUAL STUDIO 2010 (Microsoft VISUAL STUDIO 2010 договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.))

продление MicrosoftImagineStandard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.));

MicrosoftVisio 2007(MicrosoftVisio 2007 Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.))

Продление MicrosoftImagineStandard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)).

#### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Занятия по дисциплине «Теория приближения» проводятся в лекционных аудиториях и лабораториях университета.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
16/17	№1 от 19.09.16 Видя	Список литерат, МТО			
17/18	№1 от 4.09.17 Видя	Список литерат, МТО			