

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ФВТ



Фионова Л.Р.

« 29 » июня 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

М1.2.5 ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Магистерская программа «Математическое моделирование в экономике и

Квалификация (степень) выпускника – *магистр*

Форма обучения очная

Пенза, 2016

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Выпуклый анализ и методы и методы оптимизации» являются:

- формирование у студентов математических знаний для успешного овладения общенаучными и профессиональными дисциплинами на необходимом научном уровне;
- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- формулировать у студентов умение самостоятельно применять законы и методы математики для решения профессиональных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Учебная дисциплина «Выпуклый анализ и методы оптимизации» относится к базовой части блока М1. Дисциплина опирается на знания, полученные при изучении дисциплин, формирующих компетенции, развиваемые в данной дисциплине: математический анализ; алгебра, теория функций комплексного переменного, вариационное исчисления. Дисциплина служит основой для дальнейшего изучения таких дисциплин как «математическое моделирование».

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц. Продолжительность изучения дисциплины — один семестр (третий).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) «Выпуклый анализ и методы оптимизации».

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС 3 ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ПК – 3	- способность разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности -	<p>Знать: – классические методы анализа и синтеза стационарных систем;</p> <p>Уметь: решать некоторые задачи, связанные с построением информационных моделей.</p> <p>·</p> <p>– Владеть: владеть навыками составления оптимизационных задач методами теории управления.</p>
ПСК – 1	способностью строить математические модели анализа и прогноза экономических, технологических и экологических процессов, в том числе природных и техногенных катаклизмов, разрабатывать для них численные методы и комплексы программ, проводить имитационное моделирование и вырабатывать рекомендации;	<p>Знать: – основные понятия, задачи и методы теории управления; – формы описания систем</p> <p>Уметь: применять основные методы для решения задач оптимального управления с целью синтеза соответствующих систем управления .и систем.</p> <p>Владеть: владеть навыками решения оптимизационных задач методами теории управления.</p>

4. Структура и содержание дисциплины «Выпуклый анализ и методы оптимизации»

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)							
				Аудиторная работа				Самостоятельная Работа					Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контролн. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект)	Проверка выполнения домашнего задания
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.	Курсовая работа (проект)	Подготовка к экзамену								
1.	Раздел 1. Выпуклые множества	3	1-6	24	12	6	6	36	32			4	2-6		6	4				2-6
1.1.	Тема 1. Определение выпуклого множества	3	1-2	8	4	2	2	11	10			1	2		6	4				2
1.2.	Тема 2. Алгебра выпуклых множеств	3	3-4	8	4	2	2	11	10			1	4		6	4				4
1.3.	Тема 3. Выпуклые комбинации и топологические свойства выпуклых множеств.	3	5-6	8	4	2	2	14	12			2	6		6	-				6

2.	Раздел 2. Выпуклые функции	3	7-12	24	12	6	6	36	32			4	8-12		11	10				8-12	
2.1.	Тема 2.1. Выпуклые функции и их свойства	3	7-8	8	4	2	2	11	10			1	8		11	10					8
2.2.	Тема 2.2. Функция Минковского выпуклого множества	3	9-10	8	4	2	2	11	10			1	10		11	10					10
2.3.	Тема 2.3. Опорные функции и сопряженные конуса	3	11-12	8	4	2	2	14	12			2	12		11	-					12
3.	Раздел 3. Методы оптимизации.	3	13-18	24	12	6	6	36	32			4	14-18		17	16					14-17
3.1	Тема 3.1. Методы безусловной оптимизации	3	13-15	12	6	3	3	16	16			2	15		17	16					14
3.2	Тема 3.2. Методы условной оптимизации	3	16-18	12	6	3	3	16	16			2	17		17	16					17
	<i>Курсовая работа (проект)</i>	Не предусмотрена																			
	<i>Подготовка к экзамену</i>																				
	Общая трудоемкость, в часах			180	36	36		108	96			12	Промежуточная аттестация								
													Форма			Семестр					
													Экзамен			3					

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Выпуклые множества	Определение выпуклого множества, типичные примеры: шар, гиперплоскость, полупространство, аффинное множество, симплекс. Основные свойства выпуклых множеств.
		Операции с выпуклыми множествами: сумма, пересечение, разность, инверсия. Примеры: суммы и разности кубов и шаров. Основные свойства операций с выпуклыми множествами.
		Определения понятий выпуклой комбинации точек, аффинной комбинации точек, линейной комбинации точек. Критерий выпуклости множества. Определение выпуклой оболочки. Выпуклые комбинации. Теорема Каратеодори. Теоремы Радона и Хелли. Топологические свойства выпуклых множеств, размерность, относительная внутренность.
2.	Выпуклые функции	Понятия эффективного множества и надграфика функции. Определения выпуклой и вогнутой функций. Примеры выпуклых функций: аффинная функция, норма, неотрицательно определенная квадратичная форма, индикаторная функция выпуклого множества. Свойства выпуклых функций и операции над ними. Эквивалентность определений выпуклой функции в терминах надграфика и неравенства Йенсена. Критерий выпуклости дифференцируемых функций.
		Определение функции Минковского выпуклого множества. Свойства функции: положительная однородность, выпуклость, монотонное убывание как функции множества, полунепрерывность снизу. Примеры функции Минковского для шара и куба.
		Определение опорной функции. Свойства опорной функции: положительная однородность, выпуклость, полунепрерывность снизу. Свойство опорной функции для ограниченного множества. Примеры вычисления опорной функции. Сопряженные конуса и их свойства
3.	Методы оптимизации	Общая постановка задачи оптимизации и основные положения. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума. Методы нулевого порядка. Методы первого порядка. Методы второго порядка.
		Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Принципы построения численных методов поиска условного экстремума. Методы последовательной безусловной минимизации. Методы возможных направлений. Эволюционные методы.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Выпуклый анализ и методы оптимизации» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий с использованием методов «многократного повторения»; по логике мышления – индуктивные, дедуктивные и репродуктивные.
- организации самостоятельной работы на основе личностно-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья проводится в зависимости от их индивидуальных потребностей. При необходимости обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляется социально-психологическая помощь и сопровождение. Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечиваются печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	№ раздела дисциплины	Тема	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Количество часов
1.	1	Определение выпуклого множества, типичные примеры: шар, гиперплоскость, полупространство, аффинное множество, симплекс. Основные свойства выпуклых множеств.	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	11
2.	1	Операции с выпуклыми множествами: сумма, пересечение, разность, инверсия. Примеры: суммы и разности кубов и шаров. Основные свойства операций с выпуклыми множествами	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	11
3.	2	Определения понятий выпуклой комбинации точек, аффинной комбинации точек, линейной комбинации точек. Критерий выпуклости множества. Определение выпуклой оболочки. Выпуклые комбинации. Теорема Каратеодори. Теоремы Радона и Хелли. Топологические свойства выпуклых множеств, размерность, относительная внутренность.	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	14
4.	2	Понятия эффективного множества и надграфика функции. Определения выпуклой и вогнутой функций. Примеры выпуклых функций: аффинная функция, норма, неотрицательно определенная квадратичная форма, индикаторная функция выпуклого множества. Свойства выпуклых функций и операции	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	11

		над ними. Эквивалентность определений выпуклой функции в терминах надграфика и неравенства Йенсена. Критерий выпуклости дифференцируемых функций			
5.	3	Определение функции Минковского выпуклого множества. Свойства функции: положительная однородность, выпуклость, монотонное убывание как функции множества, полунепрерывность снизу. Примеры функции Минковского для шара и куба.	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	11
6.	3	Определение опорной функции. Свойства опорной функции: положительная однородность, выпуклость, полунепрерывность снизу. Свойство опорной функции для ограниченного множества. Примеры вычисления опорной функции. Сопряженные конуса и их свойства	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	14
7.	3	Общая постановка задачи оптимизации и основные положения. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума. Методы нулевого порядка. Методы первого порядка. Методы второго порядка	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	18
8.	3	Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Принципы построения численных методов поиска условного экстремума. Методы последовательной безусловной минимизации. Методы возможных направлений. Эволюционные методы.	Подготовка к занятиям, экзаменам	Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях	18

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.

- **Подготовка к зачету** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Контрольная работа 1	Выпуклые множества.	ПСК- 1, ПК-3
2	Контрольная работа 2	Выпуклые функции	ПСК- 1 ПК-3
3	Контрольная работа 3	Методы оптимизации .	ПСК- 1 ПК-3

Демонстрационный вариант теста №1 (№2, №3) Не предусмотрено

Вопросы для собеседования №1 (№2, №3) Не предусмотрено

Вопросы для коллоквиума №1 (№2, №3) Не предусмотрено

Темы рефератов и др. Не предусмотрено

Вопросы и задания к зачету Не предусмотрено

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

1. Аффинные множества. Выпуклые множества. Выпуклые конусы.
2. Теоремы о внутренних операциях в классе выпуклых множеств.
3. Комбинации точек и оболочки множеств. Выпуклые многогранники, многогранные конусы и многогранные множества.
4. Теорема Каратеодори. Теорема Радона. Теорема Хелли.
5. Относительная внутренность выпуклого множества. Теоремы о существовании относительно внутренней точки и об отрезке. Другие результаты об относительной внутренности и относительной границе.

6. Размерность выпуклого множества. Множества полной размерности. Свойства неограниченных выпуклых множеств.
7. Теорема Минковского об отделимости точки от множества. Опорные гиперплоскости. Теоремы о существовании опорных гиперплоскостей.
8. Отделимость двух множеств. Теоремы отделимости. Сопряженные множества. Теорема о втором сопряженном множестве. Теорема двойственности выпуклых множеств.
9. Множество, сопряженное к многогранному множеству. Крайние точки выпуклых множеств. Крайние точки полиэдра.
10. Критерий существования крайней точки. Теорема о представлении выпуклого компакта. Эквивалентность понятий полиэдра и многогранного множества.
11. Понятия выпуклой и вогнутой функции. Надграфик выпуклой функции.
12. Неравенство Йенсена. Множества Лебега выпуклой функции.
13. Квазивыпуклые функции. Внутренние операции в классе выпуклых функций. Дифференциальные признаки первого порядка выпуклости функций.
14. Монотонные отображения. Дифференциальный признак второго порядка выпуклости функций. Критерий выпуклости квадратичных функций.
15. Теорема о непрерывности выпуклых функций. Теорема о дифференцируемости по направлениям выпуклых функций.
16. Теоремы об ограниченности множеств Лебега выпуклых функций. Выпуклая задача оптимизации: теоремы о локальных решениях и о структуре множества решений.
17. Задача оптимизации с сильно выпуклой целевой функцией (существование и единственность решения).
18. Дифференциальные условия экстремума в задаче минимизации на выпуклом множестве. Дифференциальные условия экстремума в задаче минимизации при линейных ограничениях.
19. Задача максимизации выпуклой функции. Теорема о промежуточной аффинной функции.
20. Понятия субградиента и субдифференциала. Теорема о существовании субградиента. Теоремы о связи субдифференциала выпуклой функции с дифференцируемостью.
21. Субдифференциал суммы и максимума выпуклых функций.
22. Субдифференциальное условие экстремума в выпуклой задаче оптимизации.
23. Теорема Фана. Теорема регулярности для систем строгих выпуклых неравенств.
24. Теоремы регулярности для систем линейных неравенств и уравнений и для смешанных выпукло-линейных систем.
25. Общая задача оптимизации. Понятия решения. Теоремы о существовании глобального решения.
26. Квадратичные функции. Существование глобальных экстремумов у квадратичных функций.
27. Проекция точки на множество. Теоремы о существовании и единственности проекции.
28. Задача безусловной оптимизации. Дифференцируемые функции. Условия оптимальности в задаче безусловной оптимизации.
29. Дифференцируемые отображения. Теорема о неявной функции. Теорема Люстерника.
30. Классическая задача на условный экстремум. Принцип Лагранжа.
31. Условия регулярности. Условия оптимальности второго порядка в классической задаче на условный экстремум

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение

дисциплины (модуля)

а) основная литература

1. Ашманов, Станислав Александрович. Теория оптимизации в задачах и упражнениях [Текст] : учебное пособие / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. - 2-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2012. - 447 с. : ил. - 1 экз.

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=20242

2. Пантелеев, Андрей Владимирович. Методы оптимизации в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / Андрей Владимирович Пантелеев, Татьяна Александровна Летова. - 2-е изд., испр. - М. : Высш. шк., 2005. - 544 с. - 5 экз.

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=5303

3. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие / И. Л. Акулич. - 2-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2009. - 352 с. - 666 экз.

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=12756

б) дополнительная литература

4. Измаилов, А.Ф. Численные методы оптимизации [Электронный ресурс] : монография / А.Ф. Измаилов, М.В. Солодов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2184>.

5. Соколов, А.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.1. Общие положения. Математическое программирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.В. Соколов, В.В. Токарев. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 264 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59652>.

6. Черноруцкий, Игорь Георгиевич. Методы оптимизации в теории управления [Текст] : учеб. пособие / Игорь Георгиевич Черноруцкий. - СПб. : Питер, 2004. - 256 с. : ил. - 25 экз.

http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=3085

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Занятия по дисциплине «Выпуклый анализ и методы оптимизации» проводятся в лекционных аудиториях университета. Лабораторные работы проводятся в классах, оснащенных персональными компьютерами.

№	Наименование программного продукта	Лицензионное/свободно распространение
1	ПО «MathCad», регистрационный номер 969/CL073530 (25 лицензий) (УИ)	договор АО «СофтЛайн Трейд» 2010 г. бессрочный
2	Waterloo Maple Inc. Maple. Maple 2017: Universities or Equivalent Degree Granting Institutions Not-Floating Licenses 50 локальных лицензий MATLAB(в т.ч. функционал Simulink) сетевые бессрочные лицензии (50 сетевых лицензий)	Бессрочный договор № 047-17-44 от 25 декабря 2017 г.
3	ПО «Microsoft Windows» (подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard); регистрационный номер 00037FFEВАСCF8FD7, включает в себя: Microsoft Windows XP, Microsoft Windows 7	Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.) Продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

Рабочая программа дисциплины «Выпуклый анализ и методы оптимизации» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ПрООП по направлению подготовки 01.04.02 — «Прикладная математика и информатика»

Программу составил:

Кривулин Н.П.



доцент кафедры ВиПМ

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика».

Протокол № 10

от « 01 » 06 2016 года

Зав. кафедрой «Высшая и прикладная математика»,
проф., д.ф.-м.н.



Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Высшая и прикладная математика».

Зав. кафедрой «ВиПМ»
проф., д.ф.-м.н.



Бойков И.В.

Программа одобрена методической комиссией ФВТ

Протокол № 1

от « 22 » 09 2016 года

Председатель методической комиссии ФВТ
К.т.н., профессор



Коннов Н.Н.



