МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____________ Л. Р. Фионова
(Подпись) (Фамилия, инициалы)

«15» июня 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.2.11 Теория возмущений

Направление подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика»

Профиль подготовки «Математическое моделирование в экономике и технике»

Квалификация (степень) выпускника – *бакалавр*

Форма обучения очная

Пенза, 2015

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория возмущений» являются

- формирование у студентов современного естественнонаучного мировоззрения;
- овладение общенаучными и общеинженерными дисциплинами на необходимом научном уровне;
- развитие логического и алгоритмического мышления.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Теория возмущений» в учебном плане содержится в вариативной части блока Б1.2 и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для бакалавра по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика». Данная дисциплина имеет логическую и содержательно-методологическую взаимосвязь с другими дисциплинами, так как углубляет и закрепляет математические и естественнонаучные знания и навыки, сформированные в результате изучения дисциплин базовой части. Изучение данной учебной дисциплины базируется на знании дисциплин: *Математический анализ; Теория функций комплексного переменного; Теория графов и математическая логика; Дифференциальные уравнения; Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов; Уравнения математической физики; Методы оптимизации; Физика; Исследование операций; Численные методы; Математическое моделирование; Дискретная математика; Теория функций и элементы функционального анализа; Дополнительные главы алгебры; Нелинейные уравнения математической физики.* Основные положения дисциплины должны быть использованы при изучении дисциплин: *Архитектура ЭВМ; Теория массового обслуживания; Граничные интегральные уравнения; Комбинаторика; Теория возмущений; Асимптотический анализ; Основы экономической синергетики; Вариационное исчисление; Метод конечных элементов; Теория приближения; Конструктивные средства математики; Теория колебаний; Теория игр; Прикладной функциональный анализ; Итерационные методы; Математические модели экономики; Математические модели экологии; Элементы финансовой математики; Элементы актуарной математики; Параллельные вычисления и параллельное программирование; Информационные технологии в экономике; Квадратурные и кубатурные формулы.*

Основные положения дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при выполнении научно-исследовательской работы, подготовке выпускной квалификационной работы и осуществлении профессиональной деятельности специалиста.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Теория возмущений»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-1	Готовность к самостоятельной работе	**Знать:** основные понятия и определения теории возмущений
		Уметь: применять методы теории возмущений для решения научно-технических задач
		Владеть: методами решения краевых задач для уравнений математической физики
ПК-10	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	**Знать**: классификацию методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных
		Уметь: находить приближенные решения дифференциальных уравнений и уравнений математической физики
		Владеть: математическим аппаратом теории возмущений
ПК-12	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	**Знать**: находить асимптотические разложения в краевых задачах; формулировать условия разрешимости задач
		Уметь: получать решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных для областей канонической формы
		Владеть: навыками работы с математическими пакетами прикладных программ.

4. Структура и содержание дисциплины «Теория возмущений»

4.1. Структура дисциплины «Теория возмущений»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 ч.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)*							
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа												
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.	Курсовая работа (проект)	Подготовка к экзамену	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контрольн. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект)	др.
1	**Раздел 1.** Асимптотические разложения и последовательности	6		**30**	**12**	**12**	**6**	**20**	**20**											
1.1	Тема 1.1. Введение. Основные понятия. Анализ размерностей. Разложение по степеням параметра или независимой переменной.	6	1-2	4	2	2		3	3											
1.2	Тема 1.2. Функции сравнения. Символы порядка. Асимптотические ряды.	6	3-4	7	2	2	3	3	3				3							
1.3	Тема 1.3. Бесконечные области. Уравнение Дюффинга.	6	5-6	7	2	2	3	3	3							5				
1.4	Тема 1.4. Малый параметр при старшей производной. Наличие особенностей.	6	7-8	4	2	2		3	3				8							

1.5	Тема 1.5. Алгебраические уравнения высших порядков.	6	9-10	4	2	2		4	4							10				
1.6	Тема 1.6. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений.	6	11-12	4	2	2		4	4											
2	**Раздел 2.** Системы с параметрическим возмущением.	6		**16**	**4**	**4**	**8**	**20**	**20**											
2.1	Тема 2.1. Краевые задачи для дифференциальных уравнений. Задачи на собственные значения и собственные функции.	6	13-14	8	2	2	4	10	10				13							
2.2	Тема 2.2. Интегральные функции.	6	15-16	8	2	2	4	10	10							15				
3	**Раздел 3.** Методы теории возмущения	6		**8**	**2**	**2**	**4**	**14**	**14**											
3.1	Тема 3.1. Прямые разложения типа Пуанкаре.	6	17-18	8	2	2	4	14	14				17							
	Курсовая работа (проект)																			
	Подготовка к экзамену																			
	Общая трудоемкость, в часах	**144**		**54**	18	18	18	**90**	54			36	Промежуточная аттестация							
													Форма			Семестр				
													Зачет							
													Экзамен			6				

4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Асимптотические разложения и последовательности	Введение. Основные понятия. Анализ размерностей. Разложение по степеням параметра или независимой переменной. Функции сравнения. Символы порядка. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последовательности. Бесконечные области. Уравнение Дюффинга. Малый параметр при старшей производной. Изменение типа дифференциального уравнения в частных производных. Наличие особенностей. Алгебраические уравнения высших порядков. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений. Разложение подынтегральной функции. Метод Лапласа. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Вклад от внутренней стационарной точки. Точки перевала.
2.	Системы с параметрическим возмущением	Нелинейные колебания в системах с двумя степенями свободы. Системы с параметрическим возмущением. Краевые задачи для дифференциальных уравнений. Задачи на собственные значения и собственные функции. Интегральные функции: показательная, логарифмическая, синус, косинус. Интегралы Френеля. Неполная гамма-функция. Интеграл Эйри. Прямые разложения типа Пуанкаре. Методика Линдштедта-Пуанкаре. Метод перенормировки. Метод многих масштабов. Метод Ван-дер-Поля. Метод обобщенного усреднения. Метод усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского.
3.	Методы теории возмущения	Прямые разложения типа Пуанкаре. Методика Линдштедта-Пуанкаре. Метод перенормировки. Метод многих масштабов. Метод Ван-дер-Поля. Метод обобщенного усреднения. Метод усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского. Метод Прандтля. Внешнее и внутреннее разложения. Высшие приближения и усовершенствованные процедуры сращивания. Метод составных разложения. Уравнения с постоянными и переменными коэффициентами. Задачи с двумя пограничными слоями. Задачи для дифференциальных уравнений четвертого порядка. Системы с квадратичными и кубическими нелинейностями. Колебательные системы со слабой нелинейностью общего вида.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Теория возмущений» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических и лабораторных занятий;
- организации самостоятельной работы студентов, заключающаяся в регулярной проработке материала, изложенного на лекциях, регулярном решении задач и примеров, задаваемых на практических занятиях, в подготовке к текущей и промежуточной аттестации.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей Интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д. Для лиц с ограниченными возможностями здоровья выбор мест прохождения практик учитывает состояние здоровья и требования по доступности.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	Тема 1.1. Введение. Основные понятия. Анализ размерностей. Разложение по степеням параметра или независимой переменной.	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к контрольн. работе 1	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию 1, к защите лабораторной работы 1	Конспект лекций, П.2-3	3
3-4	Тема 1.2. Функции сравнения. Символы порядка. Асимптотические ряды.	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к контрольн. работе 1, подготовка к защите лабораторной работы 1	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию 1, к защите лабораторной работы 1, к контрольной работе 1	Конспект лекций, П.2-3	3
5-6	Тема 1.3.	Подготовка к	Изучение теоретического	Конспект лекций, П.2-3	3

	Бесконечные области. Уравнение Дюффинга.	аудиторным занятиям	материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 2		
7-8	Тема 1.4. Малый параметр при старшей производной. Наличие особенностей.	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к защите лабораторной работы 2	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию 2, к защите лабораторной работы 2	Конспект лекций, П.2-5	3
9-10	Тема 1.5. Алгебраические уравнения высших порядков.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 3, к защите лабораторной работы 3, к контрольной работе 2	Конспект лекций, П.2-3	4
11-12	Тема 1.6. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений.	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к к.р.2	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 3, к защите лабораторной работы 3, к контрольной работе 2	Конспект лекций, П.2-3	4
13-14	Тема 2.1. Краевые задачи для дифференциальны х уравнений. Задачи на собственные значения и собственные функции	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к защите лабораторной работы 3	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 3, к защите лабораторной работы 3	Конспект лекций, П.2-5	10
15-16	Тема 2.2. Интегральные функции	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к к.р.3	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 4, к защите лабораторной работы 4, к контрольной работе 3	Конспект лекций, П.2-3	10
17-18	Тема 3.1. Прямые разложения типа Пуанкаре.	Подготовка к аудиторным занятиям, подготовка к защите лабораторной работы 4. Подготовка к тестированию	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 4, к защите лабораторной работы 4, к	Конспект лекций, П.2-3	14

			тестированию		
	Экзамен	Подготовка к экзамену	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы.	Конспект лекций, П.1-5	36

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к лабораторным занятиям.** В процессе подготовки к лабораторным занятиям студенты знакомятся с дополнительными материалами по тематике лабораторного занятия. Каждый студент к каждому лабораторному занятию готовит отчет по выполнению индивидуального задания. Индивидуальные задания разработаны с целью формирования практических навыков применения полученных знаний.
- **Подготовка к аудиторным занятиям** проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.
-**Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Проверка знаний: 1.Собеседование 1 2.Собеседование 2 Проверка умений и навыков применения полученных знаний: 3.Контрольная работа №1 4. Лабораторная работа 1 5. Лабораторная работа 2 6.Тест	Раздел 1. Асимптотические разложения и последовательности	ОПК-1, ПК-10, ПК-12
2	Проверка знаний: 1.Собеседование 3 Проверка умений и навыков применения полученных знаний: 2.Контрольная работа №2 3. Лабораторная работа 3 4.Тест	Раздел 2. Системы с параметрическим возмущением.	ОПК-1, ПК-10, ПК-12
3	Проверка знаний: 1.Собеседование 4 Проверка умений и навыков применения полученных знаний: 2.Контрольная работа №3 3. Лабораторная работа 4 4.Тест	Раздел 3. Методы теории возмущения	ОПК-1, ПК-10, ПК-12
4	Экзамен	Все темы	ОПК-1, ПК-10, ПК-12

По результатам текущего контроля студент может получить от 0 до 60 баллов.

Текущий контроль успеваемости в виде контрольных точек проводится по результатам защиты 4 лабораторных работ, каждая из которых оцениваются в 8 баллов (всего **32** балла); 3 контрольных работ, каждая из которых оцениваются в 7 баллов (всего **21** балл) и теста, который оценивается в **7** баллов. Всего **60** баллов.

Для допуска к экзамену студент должен набрать не менее **36** баллов.

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

Задание 1. Определить при $\varepsilon \to 0$ порядок следующих выражений

$$\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)},\ 4\pi^2\varepsilon,\ 1000\varepsilon^{1/2},\ \ln(1+\varepsilon),\ \frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon},\ \frac{\varepsilon^{3/2}}{1+\sin\varepsilon}\ .$$

Задание 2. Разложить следующие выражения в ряд по убывающему порядку при малых ε:

$$\varepsilon^2,\ \varepsilon^{1/2},\ \ln\left(\ln\varepsilon^{-1}\right), 1,\ \varepsilon^{1/2}\ln\varepsilon^{-1},\ \varepsilon\ln\varepsilon^{-1},\ \varepsilon^{-1/8},\ \ln\varepsilon^{-1},\ \varepsilon^{3/2},\ \varepsilon,\ \varepsilon^2\ln\varepsilon^{-1}.$$

Задание 3. Разложить каждое из следующих выражений при малом ε, сохранив три члена

$$\sqrt{1-\tfrac{1}{2}\varepsilon^2 t-\tfrac{1}{8}\varepsilon^4 t},\ \left(1+\varepsilon\cos f\right)^{-1},\ \left(1+\varepsilon\omega_1+\varepsilon^2\omega_2\right)^{-2},\ \sin\left(s+\varepsilon\omega_1 s+\varepsilon^2\omega_2 s\right).$$

Задание 4. Пусть $\mu=\mu_0+\varepsilon\mu_1+\varepsilon^2\mu_2$, $h=3\big/2\left(1-\sqrt{1-3\mu(1-\mu)}\right)$. Разложить величину h при малом ε, сохранив три члена.

Демонстрационный вариант контрольной работы №2

Задание 1. В задаче

$$y'+y=\varepsilon y^2,\ y(0)=1$$

а) определить три члена разложения решения для малого ε

б) показать, что точное решение имеет вид

$$y=e^{-x}\left(1+\varepsilon\left(e^{-x}-1\right)\right)^{-1}$$

в) разложит это точное решение для малого ε

г) справедливо ли это разложение для всех x?

Задание 2. Для решения уравнения

$$y''-\left(\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)y=0$$

определить разложение по координате вида

$$y=\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^{-n+\sigma}$$

Задание 3. Определить с точностью до второго порядка разложения для решений

а) $u''+u=\varepsilon u^2$, $\varepsilon=\ 1$.

б) $u''+u=-\varepsilon u'$

при условиях $u(0)=a$, $u'(0)=0$.

Демонстрационный вариант контрольной работы №3

Задание 1. Найти при малом ε разложение первого порядка для решения системы

$$s\frac{dx}{ds} = x + \varepsilon y,\ s\frac{dy}{ds} = -\left(2 + x\right)y,$$

при условиях $y\left(1\right) = e^{-1},\ x\left(1\right) = 1.$

Задание 2. Показать, что большие нули ξ функции $J_0\left(x\right)$ являются решениями уравнения

$$ctg\left(\xi - \tfrac{1}{4}\pi\right) = -\frac{1}{8\xi} + \frac{33}{512\xi^2} + \ldots$$

и что $\xi = \dfrac{1}{4}\pi\left(4n+3\right) + \dfrac{1}{2\pi\left(4n+3\right)} + \ldots,\ n$ − целое.

Задание 3. Для уравнения

$$\left(x-1\right)\left(x-\tau\right) + \varepsilon = 0,\ \varepsilon = 1$$

определить трехчленное разложения решения, близкого к единице. Будет ли оно пригодным для всех τ?

Темы лабораторных работ

1. Лабораторная работа №1. Методы разложения интегралов, не выражающихся в элементарных функциях.
2. Лабораторная работа №2. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами в окрестности обыкновенной точки.
3. Лабораторная работа №3. Решение уравнения Дюффинга.
4. Лабораторная работа №4. Решение линейных уравнений с переменными коэффициентами.

Вопросы для собеседований

Собеседование №1

Лабораторная работа 1.

1. В чем заключается суть метода интегрирования по частям для асимптотического разложения интеграла?
2. Приведите пример интеграла от выражения, не выражающегося в элементарных функциях.
3. Дайте определение сходящегося и расходящегося числового ряда.

Собеседование №2

Лабораторная работа 2.

1. В чем заключается суть метода решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами?
2. Как находятся коэффициенты ряда Тейлора в разложении решения?
3. С помощью каких признаков исследуются числовые ряды на сходимость?

Собеседование №3

Лабораторная работа 3.

1. В чем заключается суть метода решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с большим параметром?
2. Какой вид имеют собственные числа, найденные приближенно?
3. Какой вид имеют собственные функции, найденные приближенно?

Собеседование №4

Лабораторная работа 4.

1. В чем заключается суть метода растянутых параметров решения квазилинейного уравнения Клейна−Гордона?
2. Какой вид имеет зависимость фазовой скорости от амплитуды?
3. При изучении каких процессов используется метода растянутых параметров?

Тест

1. Под методами теории возмущений решения дифференциальных уравнений принято понимать

Варианты ответа:

А) точные методы;
Б) приближенные методы;
С) асимптотические методы малого параметра;
D) численно-аналитические методы.

2. К методам теории возмущений относятся

Варианты ответа:

А) метод Бернулли, метод подстановки, метод интегрирования по частям
В) метод Пуанкаре, метод усреднения, метод пограничного слоя
С) вариационный метод Ритца, метод наименьших квадратов, метод Бубнова-Галеркина
D) метод Гаусса, матричный метод, метод Грама-Шмидта

3. Асимптотический ряд типа Пуанкаре имеет вид

Варианты ответа:

А) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}, \; p > 1$

Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, \; |x| < 1$

С) $\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{x^n}, \; |x| \to \infty$

4. Укажите примеры асимптотических последовательностей

Варианты ответа:

А) $\varepsilon^n, \varepsilon^{n/3}, (\log \varepsilon)^{-n}, (\sin \varepsilon)^n, (ctg\varepsilon)^{-n}$
Б) $1, \varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3, \varepsilon^4, \varepsilon^5$
С) $\sin \varepsilon, \cos \varepsilon, tg\varepsilon, ctg\varepsilon, \log \varepsilon$
D) $e^{\varepsilon-1}, e^{-\varepsilon-1}, (\log \varepsilon)^{-1}$

5. Решение уравнения Дюффинга в виде асимптотического разложения типа Пуанкаре приводит к появлению

Варианты ответа:

А) точки разрыва первого рода
Б) простого плюса

C) устранимой особой точки
D) векового члена

6. Уравнение Ван-дер-Поля описывает

Варианты ответа:
A) колебания со срывами (релаксационные колебания)
Б) пограничный слой Прандтля
C) установившиеся течения
D) длинные волны

7. В методе растянутых параметров выбирают возмущения параметра так, чтобы получить
Варианты ответа:
A) асимптотическое разложение
Б) неравномерно пригодное разложение
C) равномерно пригодное разложение
D) вековые члены

8. Метод, сущность которого заключается в разложении не только зависимой переменной, но также и в разложении одной из независимых переменных по степеням малого параметра, называется

Варианты ответа:
A) метод растянутых параметров
B) метод Лайтхилла
C) метод Темпла
D) метод Линдштетда-Пуанкаре

9. Метод сращивания асимптотических разложений заключается в построении

Варианты ответа:
A) неравномерно пригодного разложения
B) внешних и внутренних разложений
C) внешних разложений
D) внутренних разложений

10. Укажите уравнение Матьё
Варианты ответа:
A) $u'' + u = \alpha\left(u' - \frac{1}{3}(u')^3\right)$
Б) $u'' + u + \varepsilon u^3 = 0$
C) $u'' + (\delta + \varepsilon\cos 2t)u = 0$
D) $u_{tt} - \alpha^2 u_{xx} + \gamma^2 u = \beta u^3$

11. Асимптотическим разложением неполной гамма-функции $\int\limits_x^\infty \frac{e^{-t}}{t^2}dt$ при больших x является

Варианты ответа:
A) $\sum\limits_{n=1}^{N} \frac{(-1)^{n-1}}{x^{n+1}} + O\left(\frac{1}{x^{N+2}}\right)$

Б) $e^{-x}\sum_{n=1}^{N}\frac{(-1)^n}{x^n}+O\left(\frac{1}{x^{N+2}}\right)$

С) $e^{-x}\sum_{n=1}^{N}\frac{(-1)^{n-1}n!}{x^{n+1}}+e^{-x}O\left(\frac{1}{x^{N+2}}\right)$

D) $\sum_{n=1}^{N}\frac{(-1)^{n-1}n!}{x^{n+1}}+O\left(\frac{1}{x^{N+2}}\right)$

12. Известные функции, которые используются для оценки скорости сходимости искомой аппроксимации называются

Варианты ответа:

А) автомодельными
В) калибровочными
Б) аппроксимационными
D) асимптотическими

13. Последовательность функций общего вида $\delta_n(\varepsilon)$ называется асимптотической последовательностью, если она имеет вид

Варианты ответа:

А) $\delta_n(\varepsilon)=o(\delta_{n-1}(\varepsilon)),\ \varepsilon\to 0$
Б) $\delta_n(\varepsilon)=o(\delta_{n-1}(\varepsilon)),\ \varepsilon\to \infty$
С) $\delta_n(\varepsilon)=O(\delta_{n-1}(\varepsilon)),\ \varepsilon\to 0$
D) $\delta_n(\varepsilon)=O(\delta_{n-1}(\varepsilon)),\ \varepsilon\to \infty$

14. Укажите асимптотическое разложение интеграла $\omega\int_x^{\infty}\frac{e^{-x}}{\omega+x}dx$ для больших положительных ω, не являющегося асимптотическим степенным рядом

Варианты ответа:

А) $\sum_{m=0}^{\infty}\frac{a_m}{\delta_m(\omega)}$, $a_m=\int_0^{\infty}x(x-1)...(x-m+1)e^{-x}dx$, $\delta_m(\omega)=(-1)^m[(\omega-1)(\omega-2)...(\omega-m+1)]^{-1}$

Б) $\sum_{m=0}^{\infty}a_m\delta_m(\omega)$, $a_m=\int_0^{\infty}x(x+1)...(x+m)dx$, $\delta_m(\omega)=(-1)^m[(\omega-1)(\omega-2)...(\omega-m+1)]^{-1}$

С) $\sum_{m=0}^{\infty}a_m\delta_m(\omega)$, $a_m=\int_0^{\infty}x(x-1)...(x-m+1)e^{-x}dx$, $\delta_m(\omega)=(-1)^m[(\omega+1)(\omega+2)...(\omega+m)]^{-1}$

D) $\sum_{m=0}^{\infty}\frac{a_m}{\delta_m(\omega)}$, $a_m=\int_0^{\infty}x(x-1)...(x-m+1)e^{-x}dx$, $\delta_m(\omega)=(-1)^m[(\omega+1)(\omega+2)...(\omega+m)]^{-1}$

15. Условием того, что разложение $\sum_{m=0}^{\infty}a_m\delta_m(\omega)$ является равномерно пригодным, является

Варианты ответа:

А) каждый член должен быть малой поправкой к предыдущему члену независимо от x;
Б) каждый член должен быть большой поправкой к предыдущему члену независимо от x;
С) каждый член должен быть малой поправкой к последующему члену независимо от x;

D) каждый член должен быть большой поправкой к последующему члену независимо от x.

Вопросы и задания к экзамену

Вопросы

1. Анализ размерностей. Разложение по степеням параметра или независимой переменной.

2. Функции сравнения. Символы порядка. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последовательности.

3. Бесконечные области. Уравнение Дюффинга. Малый параметр при старшей производной.

4. Изменение типа дифференциального уравнения в частных производных. Наличие особенностей.

5. Алгебраические уравнения высших порядков. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений.

6. Разложение подынтегральной функции. Метод Лапласа.

7. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Вклад от внутренней стационарной точки. Точки перевала.

8. Нелинейные колебания в системах с двумя степенями свободы. Системы с параметрическим возмущением.

9. Краевые задачи для дифференциальных уравнений. Задачи на собственные значения и собственные функции.

10. Интегральные функции: показательная, логарифмическая, синус, косинус.

11. Интегралы Френеля. Неполная гамма-функция. Интеграл Эйри.

12. Прямые разложения типа Пуанкаре. Методика Линдштедта-Пуанкаре.

13. Метод перенормировки. Метод многих масштабов. Метод Ван-дер-Поля. Метод обобщенного усреднения.

14. Метод усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского.

15. Метод Прандтля. Внешнее и внутреннее разложения. Высшие приближения и усовершенствованные процедуры сращивания.

16. Метод составных разложения. Уравнения с постоянными и переменными коэффициентами.

17. Задачи с двумя пограничными слоями.

18. Задачи для дифференциальных уравнений четвертого порядка.

19. Системы с квадратичными и кубическими нелинейностями. Колебательные системы со слабой нелинейностью общего вида.

Задачи

<u>Задача 1.</u> Вычислить три члена в асимптотическом разложении решения задачи

$$\varepsilon y' + xy = -1,\ y(0) = 1.$$

<u>Задача 2.</u> Для малого ε определить разложение первого порядка в задаче

$$x'' + x = \varepsilon\left(x' - \frac{1}{3}(x')^3\right),\ x(0) = a,\ x'(0) = 0$$

Является ли это разложение равномерно пригодным?

<u>Задача 3.</u> В задаче

$$(x + \varepsilon y)\,y' + y = 0,\ y(1) = 1$$

Определить разложение второго порядка, предполагая, что $\varepsilon = 1$.

<u>Задача 4.</u> Показать, что точное решение задачи

$$\left(x+\varepsilon y\right)y'+y=0,\ y\left(1\right)=1$$

имеет вид

$$y=-\frac{x}{\varepsilon}+\sqrt{\frac{x^2}{\varepsilon^2}+\frac{2}{\varepsilon}+1}\,.$$

Задача 5. Найти при малом ε разложение первого порядка для задачи

$$\left(x+\varepsilon y\right)y'-\tfrac{1}{2}y=1+x^2,\ y\left(1\right)=1.$$

Задача 6. Определить разложение первого порядка для малого ε

$$\left(x+\varepsilon y\right)y'+xy=e^{-x},\ y\left(1\right)=e^{-1}$$

$$u_t=u_{xx}+\alpha_0 u-6u^2.$$

Задача 7. Определить при большом λ разложение вида

$$y=\exp\left(\lambda\phi_1\left(x\right)+\phi_0\left(x\right)+\ldots\right)$$

для решения уравнения

$$xy''+y'+\lambda^2 x\left(1-x^2\right)y=0\,.$$

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория возмущений»

а) основная литература:

1. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / Васильева А.Б. [и др.]. - М.: Физматлит, 2003. - 432 с. – 10 экз. Точки доступа: http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=4810

2. Зорич В.А**.** Математический анализ: учебник / Зорич В.А**.** - 4-е изд.,испр. - М.: МЦНМО, 2002 - Ч.**2**. - 794 с. – 9экз. Точки доступа: http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=1220

б) электронная литература:

3. Ильин А. М. Асимптотические методы в анализе: Монография / А.М. Ильин, А.Р. Данилин. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 248 с. Режим доступа http://znanium.com/bookread2.php?book=221712

4. Левенштам В. Б. Дифференциальные уравнения с большими высокочастотными слагаемыми. (Усреднение и асимптотики) / Левенштам В.Б. - Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ, 2008. - 368 с. Режим доступа http://znanium.com/bookread2.php?book=555586#

5. Морозов В. М. Системное моделирование и методы исследования математических моделей / Морозов В.М. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 243 с. Режим доступа http://znanium.com/bookread2.php?book=544536#

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия по дисциплине «Теория возмущений» проводятся в лекционных аудиториях университета. Лабораторные работы проводятся в классах, оснащенных персональными компьютерами с ПО:

1) Waterloo Maple Inc. Maple.

Maple 2017: Universities or Equivalent Degree Granting Institutions Not-Floating Licenses 50 локальных лицензий

Бессрочный договор № 047-17-44 от 25 декабря 2017 г.

2) Wolfram Mathematica

Mathematica Network Increment Standard Bundled List Price 21 сетевая лицензия

Бессрочный договор № 047-17-44 от 25 декабря 2017 г.

3) Microsoft VISUAL STUDIO 2010

Договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31августа 2017 г.); продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

Рабочая программа дисциплины « Теория возмущений» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 — «Прикладная математика».

Программу составили:
Бойков И. В, профессор кафедры «ВиПМ»____________________________
(Ф.И.О., должность, подпись)

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 7.1 от « 29 » 05 2015 года

Зав. кафедрой «ВиПМ» ____________________ И. В. Бойков
(подпись, Ф.И.О.)

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой
«Высшая и прикладная математика» ____________________ И. В. Бойков
(название кафедры) (подпись, Ф.И.О., дата)

Программа одобрена методической комиссией факультета вычислительной техники

Протокол № 6 от «15» июня 2015 года

Председатель методической комиссии
факультета вычислительной техники ____________________ Н. Н. Коннов
(подпись) (Ф.И.О.)

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год
и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
16/17	№1 от 19.09.16	Список литературы, МТО			
17/18	№1 от 4.09.17	Список литературы, МТО			