

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВТ  
  
(Подпись) Фионова Л.Р.  
(Фамилия, инициалы)  
« 3 » 10 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**С1.2.01 ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ**

Специальность **01.05.01** **Фундаментальные математика и механика**

Специализация **Вычислительная математика и вычислительная механика**

Квалификация (степень) выпускника – **Математик. Механик. Преподаватель**

Форма обучения **очная**

Пенза, 2016

## 1. Цели освоения дисциплины «Теория чисел»

Целями освоения учебной дисциплины С1.2.01 «Теория чисел» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области теории чисел, овладение современным аппаратом теории чисел для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП специалитета

Дисциплина «Теория чисел» в учебном плане находится в вариативной части профессионального цикла С1 и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для специалиста по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика» (Специализация «Вычислительная математика и вычислительная механика»).

*Изучение данной дисциплины базируется на знаниях* курсов «Алгебра и начала анализа» в объеме курса среднеобразовательной школы, курса алгебры.

*Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:*

- численные методы, физика, технология программирования и работа на ЭВМ;
- дискретная математика, дифференциальные уравнения, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальная геометрия и топология, теория вероятностей, теория случайных процессов, теоретическая механика, уравнения в частных производных ;
- псевдодифференциальные операторы и псевдодифференциальные уравнения, теория чисел;
- учебная практика.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Теория чисел»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данной специальности:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-2	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: основные понятия, определения и свойства объектов теории чисел; формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
		Уметь: доказывать утверждения теории чисел; решать задачи теории чисел, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
		Владеть: <b>аппаратом</b> теории чисел, методами доказательства утверждений; <b>навыками</b> применения математического аппарата теории чисел в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Теория чисел»

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

№ п/п	Наименование разделов/тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа		Коллоквиум	Контрольная работа
				Всего	Лекции	Практические занятия	Всего	Подготовка к ауд. занятиям		
1.	Раздел 1. Свойства простых и составных чисел.	9	1-3	9	3	6	3	3		3
2.	Раздел 2. Распределение простых чисел.	9	4-6	9	3	6	3	3	6	
3.	Раздел 3. Квазигруппы, группы. Идемпотенты. Идеалы, нормальные делители. Теорема Лагранжа.	9	7-10	12	4	8	5	5	9	7
4.	Раздел 4. Кольца и идеалы. Делимость в кольцах. Гомоморфизмы колец.	9	11-14	12	4	8	5	5	14	12
5	Раздел 5. Числовые функции. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Диафантовы уравнения.	9	15-17	9	3	6	5	5	15	15
	Общая трудоемкость, в часах			<b>72</b>	<b>17</b>	<b>34</b>	<b>21</b>			
								Промежуточная аттестация		
								Форма		Семестр
								Зачет		9

## 4.2. Содержание дисциплины

1. Делимость чисел.
2. Отношение делимости.
3. Свойства отношения делимости.
4. Деление с остатком.
5. Теорема о возможности деления с остатком.
6. Наибольший общий делитель двух чисел.
7. Наибольший общий делитель множества чисел.
8. Алгоритм Евклида. Существование наибольшего общего делителя чисел.
9. Свойства наибольшего общего делителя чисел.
10. Алгоритм нахождения общего делителя системы чисел.
11. Линейное представление наибольшего общего делителя чисел.
12. Взаимно простые числа.
13. Свойства взаимно простых чисел.
14. Взаимная простота степеней чисел.
15. Наименьшее общее кратное двух чисел.
16. Наименьшее общее кратное множества чисел.
17. Свойства наименьшего общего кратного чисел.
18. Связь наибольшего общего делителя чисел с их наименьшим общим кратным.
19. Делимость чисел и наименьшее кратное чисел.
20. Алгоритм нахождения наименьшего общего кратного множества чисел.
21. Простые числа.
22. Свойства простых чисел.
23. Произведение простых чисел и делимость чисел.
24. Критерий делимости натурального числа на простое число.
25. Каноническая запись натурального числа.
26. Теорема существования и единственности канонического представления натурального числа.
27. Мультипликативные числовые функции. Свойства.
28. Функция числа делителей натурального числа.
29. Функция суммы делителей натурального числа.
30. Функция дробной части числа. Свойства.
31. Каноническая запись наименьшего общего делителя чисел.
32. каноническая запись наибольшего общего кратного чисел.
33. Теорема Евклида о мощности множества простых чисел.
34. Теорема о существовании интервалов без простых чисел.
35. Решето Златосфена, его практическое использование.
36. Числовой интервал с простыми концами для натурального числа.
37. Функция для показателя простого числа в каноническом разложении.
38. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
39. Асимптотический закон распределения простых чисел.
40. Идеи Чебышева и Римана в изучении распределения простых чисел.
41. Простые числа в арифметической прогрессии.
42. Формула Эйлера для простых чисел.
43. Гипотезы Лежандра и Гаусса для числа простых чисел на интервале.
44. Гипотеза Бертрана о простом числе на интервале.
45. Систематические числа. Непозиционные системы счисления.
46. Числовые кольца. Виды колец.
47. Делимость в кольцах.
48. Обратимость в кольцах.

## 5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы и зачет. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. В каждом семестре проводятся контрольные работы и коллоквиумы

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

#### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-3, 9сем.	Раздел 1. Свойства простых и составных чисел.	<i>Подготовка к аудиторным занятиям.</i>	Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с.	<b>3</b>
4-6, 9сем.	Раздел 2. Распределение простых чисел.	<i>Подготовка к аудиторным занятиям.</i>	Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с.	<b>3</b>
7-10, 9сем.	Раздел 3. Квазигруппы, группы. Идемпотенты. Идеалы, нормальные делители. Теорема Лагранжа.	<i>Подготовка к аудиторным занятиям.</i>	Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с.	<b>5</b>
11-14, 9сем.	Раздел 4. Кольца и идеалы. Делимость в кольцах. Гомоморфизмы колец.	<i>Подготовка к аудиторным занятиям.</i>	Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с.	<b>5</b>
15-17, 9сем.	Раздел 5. Числовые функции. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Диафантовы уравнения.	<i>Подготовка к аудиторным занятиям.</i>	Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с.	<b>5</b>

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студенты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает дополнительные практические задания (списки задач из учебников и сборников задач согласно списку основной и дополнительной литературы по изучаемой дисциплине).

## 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

### Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые разделы (темы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	контрольная работа, вопросы к зачету	Раздел 1. Свойства простых и составных чисел.	ОПК-2
2	коллоквиум, вопросы к зачету	Раздел 2. Распределение простых чисел.	ОПК-2
3	контрольная работа, коллоквиум, вопросы к зачету	Раздел 3. Квазигруппы, группы. Идемпотенты. Идеалы, нормальные делители. Теорема Лагранжа.	ОПК-2
4	контрольная работа, коллоквиум, вопросы к зачету	Раздел 4. Кольца и идеалы. Делимость в кольцах. Гомоморфизмы колец.	ОПК-2
5	контрольная работа, коллоквиум, вопросы к зачету	Раздел 5. Числовые функции. Сравнения. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Диафантовы уравнения.	ОПК-2

### Примерные формулировки заданий для контрольных работ (КР):

#### КР № 1 (2ч).

1. Обозначения:  $(a,b)$  наибольший общий делитель чисел  $a$  и  $b$ ;  $[a,b]$  наименьшее общее кратное чисел  $a$  и  $b$ . Какие из приведенных ниже равенств справедливы?
2. Выполняются ли утверждения.
3. Являются ли простыми следующие числа. Указать простые числа на интервалах  $(1, 5)$ .

#### КР № 2 (2ч).

1. Составляют ли приведенную систему вычетов числа
2. Содержат ли делители нуля кольца.
3. Является ли группой по умножению множество степеней.

#### КР № 3 (2ч).

1. Составляют ли полную систему вычетов числа.
2. Верны ли выражения.
3. Составляют ли идеал в  $Z$  множество  $Z_5$ ?

#### КР № 4 (2ч).

1. Указать гомоморфное отображение между двумя кольцами.
2. Указать значения функции Эйлера для разных значений  $x$ .
3. Сколько простых чисел в последовательности?

### ***Вопросы для коллоквиума №1***

1. Теорема о возможности деления с остатком.
2. Наибольший общий делитель множества чисел.
3. Алгоритм Евклида. Существование наибольшего общего делителя чисел.
4. Свойства наибольшего общего делителя чисел.
5. Асимптотический закон распределения простых чисел.
6. Идеи Чебышева и Римана в изучении распределения простых чисел.
7. Простые числа в арифметической прогрессии.

### ***Вопросы для коллоквиума №2***

1. Квазигруппы. Определения и свойства.
2. Группы. Определения и свойства.
3. Идемпотенты. Определения и свойства.
4. Идеалы, нормальные делители. Определения и свойства.
5. Теорема Лагранжа.

### ***Вопросы для коллоквиума №3***

1. Систематические числа. Непозиционные системы счисления.
2. Числовые кольца. Виды колец.
3. Делимость в кольцах.
4. Обратимость в кольцах.
5. Кольца и идеалы. Гомоморфизм колец.

### ***Вопросы для коллоквиума №4***

1. Числовые функции.
2. Сравнения.
3. Теорема Эйлера.
4. Малая теорема Ферма.
5. Диафантовы уравнения.

### ***Примерный перечень вопросов к зачету***

1. Числовые кольца. Виды колец.
2. Делимость в кольцах.
3. Систематические числа. Непозиционные системы счисления.
4. Обратимость в кольцах.
5. Кольца и идеалы. Гомоморфизм колец.
6. Квазигруппы. Определения и свойства.
7. Идеалы, нормальные делители. Определения и свойства.
8. Теорема Лагранжа.
9. Теорема о возможности деления с остатком.
10. Группы. Определения и свойства.
11. Идемпотенты. Определения и свойства.
12. Наибольший общий делитель множества чисел.
13. Алгоритм Евклида. Существование наибольшего общего делителя чисел.
14. Свойства наибольшего общего делителя чисел.
15. Асимптотический закон распределения простых чисел.
16. Идеи Чебышева и Римана в изучении распределения простых чисел.
17. Простые числа в арифметической прогрессии.
18. Числовые функции. Сравнения.
20. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. Диафантовы уравнения.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория чисел»**

а) основная литература:

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>. — Загл. с экрана.
2. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел [Электронный ресурс] / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2009. — 552 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9368>. — Загл. с экрана.

б) дополнительная литература:

1. Терентьев, И.В. Теория чисел и ее применение. Справочник: учебное пособие для студентов всех специальностей [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : СПбГЛТУ, 2010. — 142 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/45571>. — Загл. с экрана.
2. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/49469>. — Загл. с экрана.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы не требуются.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

При освоении дисциплины необходимы учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий

## **9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на компьютере, в формате тестирования и т.д.) и позволяет оценить достижения ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровня сформированности всех заявленных компетенций. На экзамен приглашается сопровождающий, который обеспечивает техническое сопровождение студенту. При необходимости студенту-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете и экзамене.



Рабочая программа дисциплины С1.2.01 «Теория чисел» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика».

Программу составили:

1. \_\_\_\_\_ Долгарев А.И., доцент каф. МСМ \_\_\_\_\_  
(Ф.И.О., должность, подпись)

2. \_\_\_\_\_  
(Ф.И.О., должность, подпись)

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры МСМ

Протокол № 3 от « 1 » 10 2016 года

Зав. кафедрой МСМ \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Г.  
(подпись, Ф.И.О.)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 2 от « 3 » 10 2016 года

Председатель методической комиссии факультета ВТ \_\_\_\_\_ Глотова Т.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

