

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ



УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

Володин В.М.

« 28 » сентября 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.1.18 Математический анализ**

Направление подготовки 38.03.05 — «Бизнес-информатика»

Квалификация (степень) выпускника – *бакалавр*

Форма обучения очная / заочная

Пенза, 2017 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются

- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- формирование у обучаемых математических знаний для успешного овладения общенаучными дисциплинами на необходимом научном уровне;
- приобретение умения студентами самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных экономических задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Математический анализ» в учебном плане входит в базовую часть блока Б1.1 дисциплин подготовки студентов по направлению 38.03.05 «Бизнес-информатика». Изучение дисциплины базируется на знаниях студентами школьного курса «Алгебра и начала анализа».

Дисциплина служит основой для дальнейшего изучения таких дисциплин как Линейная алгебра, Теория вероятностей и мат. статистика, Дискретная математика, Дифференциальные и разностные уравнения, Исследование операций, Анализ данных Моделирование бизнес-процессов, Базы данных, Электронный бизнес, Эконометрика, Имитационное моделирование, Нечёткая логика и нейронные сети, Системы поддержки принятия решений, Функциональное программирование и интеллектуальные системы, Бизнес-прогнозирование, Анализ и управление бизнес-процессами, Системный анализ, Численные методы и оптимизация бизнес-процессов, Экономико-математические методы принятия решений.

Основные положения дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при выполнении научно-исследовательской работы, подготовке выпускной квалификационной работы и осуществлении профессиональной деятельности специалиста.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математический анализ»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ПК-17	Способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования	<b>Знать:</b> основные положения дифференциального и интегрального исчисления функций одной и двух переменных
		<b>Уметь:</b> применять различные методы математического анализа для решения различных экономических задач
		<b>Владеть:</b> навыками выполнения математических операций, составляющих аппарат дифференциального и интегрального

		исчисления, математической лексикой, умением читать и анализировать математическую литературу, приобретать новые математические знания, используя современные информационные технологии.
ПК-18	способен использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	<b>Знать:</b> приложения математического анализа в вычислительной математике, экономике и статистике
		<b>Уметь:</b> грамотно излагать и уметь объяснить основные методы основных разделов математического анализа.
		<b>Владеть:</b> экономико-математическими моделями, в основе которых лежат методы математического анализа

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

##### 4.1. Структура дисциплины «Математический анализ»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единицы, 180 часов, очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)									Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)							
				Аудиторная работа				Самостоятельная работа					Собеседование	Практико-ориентированные задания для проверки умений и навыков	Проверка тестов	Проверка контрольн. работ	Проверка реферата	Проверка эссе и иных	курсовая работа (проект)	др.
				Всего	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Реферат, эссе и др.	Курсовая работа (проект)	Подготовка к экзамену								
1.	<b>Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной</b>	1	<b>1-7</b>	<b>28</b>	<b>14</b>	<b>14</b>		<b>24</b>	<b>24</b>											
1.1.	Тема 1.1. Функции одной переменной.	1	1-2	8	4	4		8	8				2	7	7	7				
1.2.	Тема 1.2. Производные функций одной переменной	1	3-5	12	6	6		8	8				5	7	7	7				
1.3.	Тема 1.3. Исследование функций с помощью производной	1	6-7	8	4	4		8	8				6	7	7	7				
2.	<b>Раздел 2. Функции многих переменных</b>	1	<b>8-13</b>	<b>24</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>24</b>	<b>24</b>											
2.1.	Тема 2.1. Основные определения и понятия функции многих переменных	1	8-9	8	4	4		8	8				9	12		12				
2.2.	Тема 2.2. Частные производные функции многих переменных	1	10-11	8	4	4		8	8				11	12		12				
2.3.	Тема 2.3. Экстремумы функций двух переменных	1	12-13	8	4	4		8	8				12			12				
3.	<b>Раздел 3. Основы интегрального исчисления</b>	1	<b>14-18</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>24</b>	<b>24</b>											
3.1.	Тема 3.1. Неопределенный интеграл и	1	14-16	8	6	6		14	14				14	16	18	16				

	основные методы интегрирования																		
3.2.	Тема 3.2. Определенный интеграл	1	17-18	8	4	4		10	10				17	17	18	17			
	<i>Курсовая работа (проект)</i>																		
	<i>Подготовка к экзамену</i>												<b>36</b>						
	Общая трудоемкость, в часах			<b>72</b>	36	36		<b>108</b>	72										
													Промежуточная аттестация						
													Форма	Семестр					
													Зачет						
													Экзамен	1					

#### 4.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
	<b>Раздел 1.</b> Математический анализ функций одной переменной.	
1	Тема 1.1. Функции одной переменной	Основные понятия, связанные с функциями. Основные элементарные функции, графики. Сложная функция. Предел функции. Определения предела функции в точке, на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Свойства пределов функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
2	Тема 1.2. Производные функций одной переменной	Производная функции. Правила нахождения. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции; его свойства, правила нахождения и геометрический смысл. Применение в приближенных вычислениях. Правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей
3	Тема 1.3. Исследование функций с помощью производной.	Точки стационарности. Экстремумы функции одной переменной. Признаки существования локального экстремума. Определения выпуклости функции на промежутке. Признаки выпуклости дифференцируемой функции. Точки перегиба графика функции. Признаки существования точек перегиба. Асимптоты графика функции. Исследование функции и построение графика.
	<b>Раздел 2.</b> Функции многих переменных	
4	Тема 2.1. Основные определения и понятия функции многих переменных	Определение функции нескольких переменных. Область допустимых значений. Предел и непрерывность функции. График и линии уровня функции двух переменных.
5	Тема 2.2. Частные производные функции многих переменных	Определение частных производных первого и высших порядков. Градиент функции и производная по направлению. Полный дифференциал первого порядка функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Применение к приближенным вычислениям
6	Тема 2.3. Экстремумы функций	Безусловный экстремум и признаки его

	двух переменных	существования для функции нескольких переменных. Наименьшее и наибольшее значения функций нескольких переменных в замкнутой области. Метод наименьших квадратов.
	<b>Раздел 3. Основы интегрального исчисления</b>	
7	Тема 3.1. Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования	Определение неопределенного интеграла и его свойства. Первообразная. Таблица основных формул интегрирования. Табличное интегрирование. Интегрирование подведением под знак дифференциала, по частям и подстановкой. Интегрирование рациональных дробей и тригонометрических выражений
8	Тема 3.2. Определенный интеграл	Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенного интеграла. Несобственные интегралы. Применение определенных интегралов

## 5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Математический анализ» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством:

- лекций в виде вводных, текущих, обзорных и заключительно-обобщающих занятий;
- практических занятий;
- организации самостоятельной работы студентов, заключающаяся в регулярной проработке материала, изложенного на лекциях, регулярном решении задач и примеров, задаваемых на практических занятиях, в подготовке к текущей и промежуточной аттестации.
- организации текущего контроля знаний студентов методами: выполнения домашних заданий, оценки активности на практических занятиях и рейтинговой системы общей оценки знаний студентов.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

*В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.*

*Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья проводится в зависимости от их индивидуальных потребностей. При необходимости обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляется социально-психологическая помощь и сопровождение. Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечиваются печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.*

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.  
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,  
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**6.1. План самостоятельной работы студентов**

Очная форма обучения

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература, очная форма/ заочная форма	Количество часов, очная форма/ заочная форма
1-2	Тема 1.1. Функции одной переменной.	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 1.1	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	8
3-5	Тема 1.2. Производные функций одной переменной	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 1.2	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	8
6-7	Тема 1.3. Исследование функций с помощью производной	Подготовка к аудиторным занятиям. Контрольная работа №1, тест № 1	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к контрольной работе №1, тесту № 1	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	8
8-9	Тема 2.1. Основные определения и понятия функции многих переменных	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 2.1	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	8
10-11	Тема 2.2. Частные производные функции многих переменных	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 2.2	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	8
12-13	Тема 2.3. Экстремумы функций двух переменных	Подготовка к аудиторным занятиям. Контрольная работа №2	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к контрольной работе №2	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	8
14-16	Тема 3.1. Неопределенный интеграл и	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой	Конспект лекций, основная	14



	основные методы интегрирования		литературы. Подготовиться к собеседованию по теме 3.1	литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	
17-18	Тема 3.2. Определенный интеграл	Подготовка к аудиторным занятиям. Контрольная работа № 3, тест № 2	Изучение теоретического материала и решение задач из рекомендуемой литературы. Подготовиться к контрольной работе №3, тесту № 2	Конспект лекций, основная литература П.1-5; Доп. литература П.1-4	10
	Подготовка к экзамену				36

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

- **Подготовка к аудиторным занятиям** должна включать, прежде всего, проработку лекционного материала по конспекту лекций, а затем, по мере необходимости, изучение основной и дополнительной литературы по осваиваемой теме, а также решения предложенных задач. Приветствуется самостоятельный поиск студентом дополнительной и специальной литературы.

- **Подготовка к экзамену** – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач из указанных сборников задач, изучение дополнительной литературы.

## 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

### *Контроль освоения компетенций*

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	1.Собеседование 1.1 (проверка знаний). 2.Практико-Оrientированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №1, Тест №1	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной. Тема 1.1. Функции одной переменной	ПК-17, ПК-18
2	1.Собеседование 1.2 (проверка знаний). 2.Практико-Оrientированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №1, Тест №1	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной. Тема 1.2. Производные функций одной переменной	ПК-17, ПК-18
3	1.Собеседование 1.3 (проверка знаний).	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной.	ПК-17, ПК-18

	2.Практико-Ориентированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №1, Тест №1	Тема 1.3. Исследование функций с помощью производной.	
4	1.Собеседование 2.1 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №2,	Раздел 2 Функции многих переменных Тема 2.1. Основные определения и понятия функции многих переменных	ПК-17, ПК-18
5	1.Собеседование 2.2 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №2	Раздел 2 Функции многих переменных Тема 2.2. Частные производные функции многих переменных	ПК-17, ПК-18
6	1.Собеседование 2.3 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №2	Раздел 2 Функции многих переменных Тема 2.3. Экстремумы функций двух переменных	ПК-17, ПК-18
7	1.Собеседование 3.1 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №3 Тест №2	Раздел 3. Основы интегрального исчисления Тема 3.1. Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования	ПК-17, ПК-18
8	1.Собеседование 3.1 (проверка знаний). 2.Практико-Ориентированные задания для проверки умений и навыков (демонстрация умений и навыков применения полученных знаний). Контрольная работа №3 Тест №2	Раздел 3. Основы интегрального исчисления Тема 3.2. Определенный интеграл	ПК-17, ПК-18
9	Экзамен	Раздел 1, Раздел 2, Раздел 3	ПК-17, ПК-18

Контроль освоения компетенции выполняется для компетенции (ПК-17,18) путем оценки степени способности студента осваивать соответствующий математический аппарат и способность использовать его для решения задач по темам курса.

Текущий контроль успеваемости в виде контрольных точек проводится по результатам 3 контрольных работ, каждая из которых оценивается по **10** баллов (**30** баллов); 2 тестов, каждый из которых оценивается по **10** баллов (**20** баллов); **10** баллов за решение практических заданий и собеседование. Всего **60** баллов. Количество контрольных точек и сроки их проведения в семестре устанавливается по решению деканата.

### ***Примерные вопросы собеседований по темам курса***

#### ***Собеседование по теме 1.1***

2. Что называется, функцией действительного аргумента?
3. Как можно задать функцию? Привести примеры.
4. Что называется, числовой последовательности?
5. Какая числовая последовательность называется сходящейся?
6. Что называется, пределом последовательности?
7. Дать геометрическую интерпретацию предела.
8. Дать определения предела функции в точке и на бесконечности.
9. Какие функции называются бесконечно малыми (б.м.) в точке  $x=a$ ?
10. Какие б.м. называются эквивалентными?
11. В чем состоит принцип замены б.м.? Когда он применяется? Привести примеры эквивалентных б.м.
12. Какая функция называется непрерывной в точке, на интервале? Дать геометрическую иллюстрацию определения.
13. Что называется, точкой разрыва функции? Как классифицируются точки разрыва?

#### ***Собеседование по теме 1.2***

1. Что называется, производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x$ ?
2. Каков геометрический и механический смысл производной?
3. Чему равна производная постоянной?
4. Что называется, касательной к кривой в заданной точке  $M$ ?
5. Написать уравнение касательной к кривой  $y=f(x)$  в точке.
6. Какая функция называется дифференцируемой в точке?
7. Что называется, дифференциалом функции  $y=f(x)$ ?
8. Сформулировать правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей.
9. Какие функции называются возрастающими, убывающими, монотонными? Сформулировать признак монотонности дифференцируемой функции.

#### ***Собеседование по теме 1.3***

1. Какая точка называется точкой максимума (минимума) функции  $y=f(x)$ ?
2. Сформулировать необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Является ли это условие достаточным? Привести пример.
3. Сформулировать достаточное условие экстремума непрерывной функции.
4. Какая кривая называется выпуклой вверх (вниз) на  $(a, b)$ ?
5. Что называется, точкой перегиба кривой?
6. Какое условие является достаточным для выпуклости вверх (вниз) графика функции  $y=f(x)$  на?
7. Что называется, асимптотой кривой?
8. Какие асимптоты может иметь кривая?

9. Сколько вертикальных, горизонтальных, наклонных асимптот может быть у графика функции  $y=f(x)$ ?
10. Привести пример функций имеющих, а) одну, две, три вертикальные асимптоты, б) бесконечное множество вертикальных асимптот, в) одну вертикальную и одну горизонтальную асимптоту.

### ***Собеседование по теме 2.1***

1. Что называется, действительной функцией двух действительных переменных?
2. Какова геометрическая иллюстрация функций двух переменных. Привести примеры.
3. Дать определение области определения, линии уровня функций многих переменных.
4. Дать определение предела функции многих переменных.
5. Дать определение непрерывности функции многих переменных.
6. Назвать свойства непрерывных функций в замкнутой области.

### ***Собеседование по теме 2.2***

1. Что называется, частной производной?
2. Каков ее геометрический смысл?
3. Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке, в области?
4. Что называется, полным дифференциалом функции двух переменных?
5. Какова его связь с полным приращением?
6. Что называется, производной функции по данному направлению в данной точке? Каков ее физический смысл?
7. Что называется градиентом функции?

### ***Собеседование по теме 2.3***

1. Что называется максимумом функции двух переменных?
2. Что называется минимумом двух переменных?
4. Что называется экстремумом функции двух переменных?
5. Каково необходимое условие экстремума дифференцируемой функции  $z = f(x, y)$  в точке?
6. Является ли оно достаточным?
7. Каково достаточное условие экстремума функции двух переменных?
8. Как найти наименьшее и наибольшее значения функции в замкнутой области.
9. В чем состоит метод наименьших квадратов.

### ***Собеседование по теме 3.1***

1. Дать определение неопределенного интеграла.
2. Дать определение первообразной.
3. Сформулировать свойства неопределенного интеграла.
4. Записать таблица основных формул интегрирования.
5. В чем метод табличного или непосредственного интегрирования.
6. В чем метод интегрирования подведением под знак дифференциала.
7. В чем метод интегрирования по частям.
8. В чем метод интегрирования подстановкой.
9. В чем метод интегрирования рациональных дробей.
10. В чем метод интегрирования тригонометрических выражений.

### ***Собеседование по теме 3.2***

1. Что называется определенным интегралом от функции  $f(x)$  на  $[a; \varphi]$ ?
2. Каков геометрический смысл определенного интеграла на  $[a; \varphi]$  от неотрицательной функции?
3. Сформулировать теорему о среднем.
4. Какова связь между неопределенным и определенным интегралами от непрерывной на  $[a; \varphi]$  функции?
5. Написать формулу Ньютона-Лейбница.
6. Сформулировать определения несобственных интегралов 1-го рода:  $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ ,  $\int_a^{-\infty} f(x)dx$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ .
7. Основные методы вычисления определенного интеграла.
8. Применение определенных интегралов.

**Практико-ориентированные задания для проверки умений и навыков**  
**Демонстрационный вариант контрольной работы №1**

1. Найти указанные пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 5x^3 + 8}{x^5 + 2x^4 + 7}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - x - x^2}{x^3 - 8}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{7x \sin 3x}$ .

2. Задана функция  $y = f(x)$  и два значения аргумента  $x_1$  и  $x_2$ . Требуется: 1) установить, является ли эта функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента; 2) в случае разрыва функции найти её пределы справа и слева.

$$f(x) = 10^{7-x}, \quad x_1 = 5; \quad x_2 = 7.$$

3. Найти производные данных функций

а)  $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2-16x-2}}$ ; б)  $y = \left(4^{\operatorname{tg} \sqrt{x}} + \sqrt{x}\right)^2$ ; в)  $y = \arcsin \sqrt{1-x}$ ;

г)  $y = \ln \sqrt[5]{\frac{3-x^2}{x^3-9x}}$ .

4. Вычислить приближённо  $\sqrt{5(5,08)^2 + 4 \cdot 5,08 - 1}$  с помощью дифференциала.

5. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования, построить её график.

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$ ,

$$f(x) = xe^{-2x^2}, [0; 1].$$

### **Демонстрационный вариант контрольной работы №2**

1) Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ :  $z = \sqrt{x - \sqrt[3]{y}}$

2) Вычислить градиент функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{y-x}{x}$  в точке  $(1/2, \sqrt{3}/2)$  и производную в этой точке по направлению вектора  $\vec{a}(1; 1)$ .

3) Вычислить приближенно:  $z = \sqrt[3]{x^3 + y^2}$  при  $x = 1.01$ ,  $y = 0.91$ .

4) Найти  $d^2 z$  от  $z = x^2 \sin^3 y$ .

5) Найти экстремумы функции  $z = xy(1 - x - y)$

6) Методом наименьших квадратов найти линейную зависимость прибыли  $y$  от величины продаж  $x$ , если

$x_i$	2,1	2,5	3,0	3,1	3,3
$y_i$	11,1	12,8	13,9	14,5	15,1

### **Демонстрационный вариант контрольной работы №3**

Вычислить интеграл, выбрав самостоятельно метод решения:

1.  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{2-x}}$ ;

2.  $\int \frac{x+2}{(x-2)(x^2+2x+4)} dx$ ;

3.  $\int 8^{\operatorname{ctg} 2x} \frac{dx}{\sin^2 2x}$ ;

4.  $\int \arcsin x dx$ ;

5.  $\int \frac{x^2-1}{x+3} dx$ ;

6.  $\int x^3 \operatorname{tg} x^4 dx$ ;

### **Демонстрационный вариант теста № 1**

Тест № 1. Пределы и производные

1) Дана целочисленная функция (последовательность)  $-2; \frac{3}{2}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{4}; -\frac{6}{5}; \dots$ . Общий член

$a_n$  этой последовательности имеет вид:

Ответы: **1)**  $a_n = -\frac{n+1}{n}$ ; **2)**  $a_n = (-1)^n \frac{n+1}{n}$ ; **3)**  $a_n = (-1)^n \frac{n}{n-1}$ ; **4)** нет верного

ответа.

2) Даны функции  $y_1(x) = x^4 - 5x^2$ ,  $y_2(x) = 12x^2 - 3x$ ,  $y_3(x) = \sin 3x$ . Из них чётной функцией является функция:

Ответы: **1)**  $y_1(x)$ ; **2)**  $y_2(x)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $y_3(x)$ .

3) Даны функции  $y_1(x) = x^4 - 5x^2$ ,  $y_2(x) = 12x^2 - 3x$ ,  $y_3(x) = \sin 3x$ . Из них нечётной функцией является функция:

Ответы: **1)**  $y_1(x)$ ; **2)**  $y_2(x)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $y_3(x)$ .

4) Даны функции  $\alpha(x) = \frac{1}{x+1}$ ,  $\beta(x) = \frac{3}{x^2}$ ,  $\gamma(x) = \frac{x}{3}$ . Из них бесконечно малой функцией при  $x \rightarrow 0$  является функция:

Ответы: **1)**  $\alpha(x)$ ; **2)**  $\beta(x)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $\gamma(x)$ .

5) Даны функции  $\alpha(x) = \frac{1}{x+3}$ ,  $\beta(x) = \frac{3}{x^2}$ ,  $\gamma(x) = \frac{x+3}{5}$ . Из них бесконечно большой функцией при  $x \rightarrow -3$  является функция:

Ответы: **1)**  $\alpha(x)$ ; **2)**  $\beta(x)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $\gamma(x)$ .

6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 5x^2 + 7x}{5x^3 - 6x^5}$  равен:

Ответы: **1)** 2; **2)**  $-\frac{1}{3}$ ; **3)**  $\frac{2}{5}$ ; **4)** нет верного ответа.

7)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$  равен:

Ответы: **1)** 3; **2)**  $-\frac{1}{4}$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $-\frac{2}{3}$ .

8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{6x^2}$  равен:

Ответы: **1)**  $\frac{3}{2}$ ; **2)**  $\frac{1}{2}$ ; **3)** 1; **4)** нет верного ответа.

9)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x^2}{x^2} \right)^{3x^2}$  равен:

Ответы: **1)**  $e$ ; **2)**  $e^2$ ; **3)**  $e^3$ ; **4)** нет верного ответа.

10) Производная функции  $f(x) = \frac{2\cos x + 5\ln 2}{3} - 2^{3x-1} + (2x+1)^5$  равна:

Ответы: **1)**  $f'(x) = \frac{2}{3} \sin x + \frac{5}{6} - (3x-1) \cdot 2^{3x-2} + 5(2x+1)^4$ ; **2)** нет верного ответа;

**3)**  $f'(x) = -\frac{2}{3} \sin x - (3x-1) \ln 2 + 5(2x+1)^4$ ;

**4)**  $f'(x) = -\frac{2}{3} \sin x - (3x-1) \ln 2 + 10(2x+1)^4$ .

- 11) Область определения функции  $y = \ln(3 + 2x - x^2)$  имеет вид:  
 Ответы: **1)**  $(-1; 3)$ ; **2)**  $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $(0; +\infty)$ .
- 12) Функция  $y = x^4 - 2$  возрастает на промежутке:  
 Ответы: **1)**  $(0; +\infty)$ ; **2)**  $(-\infty; 0,5)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $(0,5; +\infty)$ .
- 13) График функции  $y = x^4 - 2$  является выпуклым на промежутке:  
 Ответы: **1)**  $(0; +\infty)$ ; **2)**  $(-\infty; 0)$ ; **3)** нет верного ответа; **4)**  $(0,5; +\infty)$ .
- 14) Асимптотой функции  $y = \frac{x^2 - 1}{x}$  является прямая:  
 Ответы: **1)**  $y = x + 1$ ; **2)**  $y = -x$ ; **3)**  $y = x$ ; **4)** нет верного ответа.

### *Демонстрационный вариант теста № 2*

#### Тест № 2. Неопределённый и определённый интегралы

- 1) Первообразной для функции  $f(x) = x^3 + 2\cos 3x$  является функция:  
 Ответы: **1)** нет верного ответа; **2)**  $F(x) = 3x^2 - 6\sin x$ ; **3)**  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2\sin 3x$ ;  
**4)**  $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}\sin 3x$ .
- 2) Интеграл  $\int \frac{dx}{3x^2 - 27}$  равен:  
 Ответы: **1)**  $\frac{1}{18} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ ; **2)**  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$ ; **3)**  $\frac{1}{3} \arcsin \frac{x}{3} + C$ ; **4)** нет верного ответа.
- 3) Интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$  равен:  
 Ответы: **1)**  $\frac{1}{10} \ln \left| \frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{5}} \right| + C$ ; **2)**  $\frac{1}{\sqrt{5}} \arcsin \frac{x}{5} + C$ ; **3)**  $\arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C$ ; **4)** нет верного ответа.
- 4) Интеграл  $\int \cos 7x dx$  равен:  
 Ответы: **1)**  $-7\sin 7x + C$ ; **2)**  $-\sin 7x + C$ ; **3)**  $\frac{\sin 7x}{7} + C$ ; **4)** нет верного ответа.
- 5) Интеграл  $\int 2x \cdot \sqrt[3]{x^2 - 1} dx$  равен:  
 Ответы: **1)**  $(x^2 - 1)^{\frac{4}{3}} + C$ ; **2)**  $(x^2 - 1)^{\frac{1}{4}} + C$ ; **3)**  $\frac{3}{4}(x^2 - 1)^{\frac{4}{3}} + C$ ; **4)** нет верного ответа.



6) Интеграл  $\int_e^{3e} \ln 2x dx$  равен:

Ответы: 1)  $e(3\ln 6 - \ln 2 + 2)$ ; 2)  $3\ln 6$ ; 3) 1; 4) нет верного ответа.

7) Площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{1}{2}$  равна:

Ответы: 1)  $\frac{7}{13}$ ; 2)  $\frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{24}$ ; 3) нет верного ответа; 4)  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ .

8) Интеграл  $\int_0^{\pi/2} x \cdot \cos x dx$  равен:

Ответы: 1) 0; 2) 2; 3) 1; 4) нет верного ответа.

9) Несобственный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}$  равен:

Ответы: 1) 2; 2) 0,25; 3) -0,25; 4) нет верного ответа.

10) Несобственный интеграл  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x}$  равен:

Ответы: 1)  $-\infty$ ; 2) 2; 3) -1; 4) нет верного ответа.

### **Вопросы и задания к экзамену**

#### **Вопросы**

1. Введение в теорию функций: способы задания функций, область определения, область значений.
2. Определения предела функции в точке, на бесконечности.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
4. Односторонние пределы.
5. Свойства пределов функции.
6. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.
7. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
8. Точки разрыва функции и их классификация.
9. Первый и второй замечательные пределы.
10. Производная функции. Основные понятия. Правила нахождения производных.
11. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
12. Дифференциал функции; его свойства, правила нахождения и геометрический смысл. Применение в приближенных вычислениях.
13. Правила Лопиталья для раскрытия неопределенностей.
14. Стационарные точки. Экстремумы функции одной переменной.
15. Условия существования локального экстремума.
16. Определения выпуклости функции на промежутке. Условия выпуклости дифференцируемой функции.
17. Точки перегиба графика функции. Условия существования точек перегиба.
18. Асимптоты графика функции.
19. Общий план исследования функции и построение графика.
20. Функции многих переменных. Область определения, предел, непрерывность.
21. Понятие частных производных первого порядка функции многих переменных.
22. Дифференциал функции многих переменных. Формула полного дифференциала. Приближенные вычисления.

23. Дифференциалы высших порядков функции многих переменных.
24. Определение частных производных высших порядков функции многих переменных.
25. Градиент функции многих переменных и производная по направлению.
26. Достаточные и необходимые признаки существования экстремумов функции многих переменных.
27. Наименьшее и наибольшее значение функции многих переменных в замкнутой области.
28. Метод наименьших квадратов.
29. Понятие первообразной. Неопределенный интеграл и его свойства.
30. Таблица основных формул интегрирования.
31. Интегрирование неопределенного интеграла методом внесения под знак дифференциала. Формула замены переменных.
32. Интегрирование по частям.
33. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен.
34. Интегрирование тригонометрических функций. Тригонометрические подстановки.
35. Интегрирование элементарных дробей.
36. Разложение рациональных дробей в сумму элементарных и их интегрирование.
37. Интегрирование выражений, стоящих под знаком радикала.
38. Интегрирование интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$ .
39. Интегрирование интегралов вида  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ .
40. Понятие определенного интеграла как площади криволинейной трапеции. Теорема существования определенного интеграла.
41. Свойства определенного интеграла.
42. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
43. Формула замены переменных в определенном интеграле.
44. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
45. Определенный интеграл от четных и нечетных функций по симметричному отрезку интегрирования.
46. Несобственный интеграл 1 рода и их признаки сходимости.
47. Несобственный интеграл 2 рода и их признаки сходимости.
48. Вычисление площади фигуры с помощью определенного интеграла.
49. Вычисление длин дуг с помощью определенного интеграла.
50. Вычисление объемов тел вращения.

### ***Примеры практических заданий***

- 1) Вычислить интеграл:  $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx$
- 2) Вычислить интеграл:  $\int (\arcsin x)^2 dx$
- 3) Вычислить интеграл:  $\int \frac{x^5 + 8x^3 + 16x + 1}{(4 + x^2)^2} dx$
- 4) Вычислить интеграл:  $\int \frac{\cos^5 x \cdot dx}{\sin^3 x}$
- 5) Вычислить интеграл:  $\int \frac{\ln x \cdot dx}{\sqrt[3]{x}}$

6) Вычислить интеграл:  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{ctg}^3 x \cdot dx$

7) Найти экстремумы функции  $z = e^{x/2}(x + y^2)$

8) Найти линейную зависимость величины спроса  $y$  от цены на товар  $x$ , если

$x_i$	0,7	0,9	1,2	1,3	1,7
$y_i$	1,7	1,1	0,8	0,1	-0,5

Построить график.

9) Определить объем выпуска продукции за первые пять месяцев после запуска производства, если производительность  $f(x) = \frac{x^4}{\sqrt{x^2 + 1}}$ , где  $x$  – время работы в месяцах.

10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 3}{x^2 + x} \right)^{2x} = ?$

11)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 4x^3 - 3x - 1}{x^4 - 1} = ?$

12)  $y = \frac{4}{3}x \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{1}{3\sqrt{x^6}} + \frac{1}{13}x^3 \cdot \sqrt[4]{x}$ ,  $y' = ?$

13)  $y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{\sin^4 3x}}$ ,  $y' = ?$

14)  $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{1 + \ln(2x+3)}}$ ,  $y' = ?$

15)  $y = x^{\ln x}$ ,  $y' = ?$

16)  $\sin x + \cos y = \operatorname{ctg}(x/y)$ ,  $y' = ?$

17)  $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$ ,  $y' = ?$

18) Вычислить приближенно  $e^{x(1-x)}$  при  $x = 1.05$ .

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математический анализ»

а) основная литература

- Берман А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. – М.: Лань, 2006. – 736 с.– Точки доступа: 193 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=6949](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=6949)

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Интеграл-Пресс, 2009 – 416 с.– Точки доступа: 20 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=13115](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=13115)
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Уч. пособие. 2-е изд., стер. — СПб. Издательство «Лань», 2006. – 608 с., – Точки доступа: 300 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=6894](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=6894)
4. Кремер Н.Ш.. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / [Н.Ш. Кремер и др.] – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с. – Точки доступа: 51экз.
5. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учеб. пособие/ под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 575 с – Точки доступа: 74 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=12685](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=12685)

б) дополнительная литература:

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2-х ч.: учебное пособие. Ч. 1. - 6-е изд. - М.: Оникс: Мир и образование, 2005. - 416 с.. – Точки доступа: 10 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=6437](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=6437)
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для ВУЗов. Ч.2. 7-е изд. - М.: ОНИКС: Мир и образование, 2009. - 448 с. – Точки доступа: 30 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=13284](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=13284)
3. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие в 4 частях / Под общей редакцией А.П. Рябушко. Часть 1. - 5-е изд., испр. - Минск: Вышэйшая школа, 2009. - 367 с. – Точки доступа: 172 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=13287](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=13287)
4. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие в 4 частях / Под общей редакцией А.П. Рябушко. Часть 2. – Мн.: Выш. Шк., 2011. – 396 с., – Точки доступа: 151 экз. [http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=14479](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=14479)

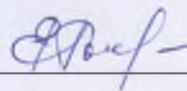
## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся в лекционных аудиториях университета.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.05 — «Бизнес-информатика»

Программу составили:

Доцент кафедры ВиПМ



Романова Е.Г.

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика»

Протокол № 1

от «4» сентября 2017 года

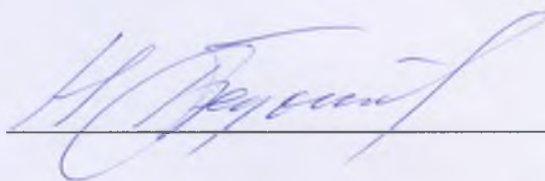
Зав. кафедрой ВиПМ

проф. Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Экономическая кибернетика»

Зав. кафедрой «ЭК»

Д.т.н., профессор



Федотов Н.Г.

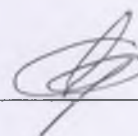
Программа одобрена методической комиссией ФЭиУ

Протокол № 1

от «28» сентября 2017 года

Председатель методической комиссии

Факультета экономики и управления



Еремина Е.В.

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			заменен- ных	новых	аннулиро- ванных