

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ФАКУЛЬТЕТ ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

Володин В.М.

« 12 » сентября 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.1.12 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки: 38.03.05 – Бизнес-информатика

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: очная, заочная

Пенза, 2016

1. Цель освоения дисциплины

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» имеет своей целью развитие навыков формализации и организации понятий о создании и изучении экономических моделей общих и конкретных социально-экономических явлений, при постановке и решении соответствующих математических задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Учебная дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» относится к базовой части блока Б1 дисциплин подготовки студентов по направлению 38.03.05 – «Бизнес-информатика».

Дисциплина опирается на знания, полученные при изучении дисциплин «Математический анализ» и «Линейная алгебра». Основные положения данной дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин «Экономико-математические методы принятия решений», «Анализ и управление рисками в бизнесе» и при подготовке выпускной квалификационной работы.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы. Продолжительность изучения дисциплины – один семестр (третий).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции(в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
ПК-18	способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	Знать: – методы построения простейших моделей различных процессов; – основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений; – основные теоремы существования и единственности; методы решения основных типов дифференциальных и разностных уравнений;
		Уметь: – грамотно применять изученные методы при решении прикладных задач экономического содержания;
		Владеть: – навыками применения изученных методов при решении практических задач в экономической сфере – навыками исследования устойчивости решений систем дифференциальных уравнений и разностных уравнений

4. Структура и содержание дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа			Собеседование	Проверка контрольн. работ
				Всего	Лекция	Лабораторные занятия	Всего	Подготовка к аудиторным занятиям	Подготовка к зачету		
1.	Начальные сведения о дифференциальных уравнениях	3	1-3	7	3	4	9	8	1	3	
1.1.	Основные понятия	3	1	1	1		3	3		3	
1.2.	Численные методы решения и приложения к экономике	3	2-3	6	2	4	5	5		3	
2.	Классы дифференциальных уравнений	3	4-9	14	6	8	10	8	2	5,7	9
2.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	3	4-5	6	2	4	3	3		5	9

Заочная форма обучения

п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	
			Аудиторная работа			Самостоятельная работа				
			Всего	Лекция	Лабораторные занятия	Всего	Контрольная работа	Подготовка к зачету	Собеседование	Проверка контрол. работ
1.	Начальные сведения о дифференциальных уравнениях	3	3	1	2	12		12	+	
1.1.	Основные понятия	3				5		5	+	
1.2.	Численные методы решения и приложения к экономике	3				7		7	+	
2.	Классы дифференциальных уравнений	3	6	2	4	20	12	8	+	+
2.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	3			2	7	4	3	+	+
2.2.	Дифференциальные уравнения высших порядков				2	7	4	3	+	+
2.3.	Системы дифференциальных уравнений	3				6	4	2		+

4.2. Содержание дисциплины

Раздел 1. Начальные сведения о дифференциальных уравнениях

Фазовое пространство, расширенное фазовое пространство, поле фазовых скоростей и поле направлений обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Решение дифференциального уравнения. Фазовая кривая. Интегральная кривая. Метод изоклин для приближенного построения интегральных кривых для уравнения с одномерным фазовым пространством. Положения равновесия. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости по исходным данным решения обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши. Эквивалентность уравнения n -го порядка $y^{(n)} = F(x, y', y'', \dots, y^{(n)})$ векторному уравнению (системе уравнений) первого порядка. Условия однозначной разрешимости для уравнений n -го порядка. Автономные уравнения. Свойства фазовых и интегральных кривых автономного уравнения. Первые интегралы дифференциального уравнения. Приближение функций. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Простейшие экономико-математические методы, приводящие к дифференциальным уравнениям: динамическая модель рынка, модель Солоу экономического роста.

Раздел 2. Классы дифференциальных уравнений

Классы дифференциальных уравнений и их характеристики. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению. Методы решения линейных уравнений: метод вариации произвольной постоянной, метод Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения высших порядков, понижение порядка. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Структура множества решений. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частного решения. Системы линейных дифференциальных уравнений. Методы решения систем дифференциальных уравнений.

Раздел 3. Устойчивость решений дифференциальных уравнений и систем уравнений

Устойчивость решений дифференциальных уравнений. Критерий устойчивости решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Классификация положений равновесия для линейных уравнений на плоскости: устойчивые и неустойчивые узлы и фокусы, седло, центр. Исследование устойчивости решений дифференциальных уравнений по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица. Основные определения теории устойчивости по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Точки равновесия. Теорема об устойчивости по первому приближению.

Раздел 4. Разностные уравнения

Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия. Последовательность частных сумм числового ряда. Рост процентного вклада. Рост процентного вклада с регулярными взносами. Величина долга по займу с регулярными выплатами. Числа Фибоначчи. Паутинообразная модель рынка. Модель делового цикла Самуэльсона-Хикса. Построение фундаментальной системы решений уравнения по корням характеристического уравнения. Построение частного решения уравнения. Принцип суперпозиции. Критерий устойчивости решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Достаточное условие существования устойчивого положения равновесия нелинейного уравнения $x(t+1) = V(x(t))$. Методы решения линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» предполагается использовать структурно-логические и интеграционные образовательные технологии, реализуемые посредством лекций в виде текущих и обзорных занятий, лабораторных работ, а также организации самостоятельной работы на основе личностно-дифференцированного подхода планирования задания в виде воспроизводящей и частично-поисковой работ.

Занятия, проводимые в интерактивных формах, с использованием интерактивных технологий составляют 30% занятий.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами, в том числе, в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными бумажными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на ЭВМ, в форме тестирования и т.д.) и позволяют оценить достижения ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех заявленных компетенций. На зачет приглашается сопровождающий, который обеспечивает техническое сопровождение студенту. При необходимости студенту-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. План самостоятельной работы студентов

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1.	Начальные сведения о дифференциальных уравнениях	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала; подготовка к собеседованию	П. 7 а) 1, б) 2, б) 4	8
2.	Классы дифференциальных уравнений	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала; подготовка к собеседованиям; подготовка к контрольной работе	П. 7 а) 1, а) 3, б) 1, б) 3	8
3.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений и систем уравнений	Подготовка к аудиторным занятиям	Изучение теоретического материала; подготовка к контрольной работе	П. 7 а) 2, б) 2, б) 4	9
4.	Разностные уравнения	Подготовка к ауд. занятиям	Изучение теоретического материала; подготовка к собеседованию; подготовка к контрольной работе	П. 7 а) 4, б) 4	8

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1.	Начальные сведения о дифференциальных уравнениях	Подготовка к зачету Контрольная работа	Изучение теоретического материала; подготовка к собеседованию	П. 7 а) 1, б) 2, б) 4	12
2.	Классы дифференциальных уравнений	Подготовка к зачету Контрольная работа	Изучение теоретического материала; подготовка к собеседованию; выполнение контрольной работы	П. 7 а) 1, а) 3, б) 1, б) 3	20
3.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений и систем уравнений	Подготовка к зачету Контрольная работа	Изучение теоретического материала; выполнение контрольной работы	П. 7 а) 2, б) 2, б) 4	11
4.	Разностные уравнения	Подготовка к зачету Контрольная работа	Изучение теоретического материала; подготовка к собеседованию; выполнение контрольной работы	П. 7 а) 4, б) 4	15

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Основные виды занятий – лекции и лабораторные занятия. На лекциях студенты изучают содержание разделов дифференциальных уравнений, рассматривают наиболее сложные теоретические вопросы. На лабораторные занятия в качестве основных учебных вопросов выносятся отработка приемов использования математических методов и привитие навыков применения аппарата дифференциальных уравнений для математического моделирования экономических явлений.

Успешное освоение материала курса возможно лишь при соответствующем программном и методическом обеспечении. Методическое обеспечение (тексты лекций, презентации лекций, методические указания для проведения лабораторных занятий) опубликованы в сети университета и доступны для всех студентов и преподавателей.

В самостоятельную работу студентов входит освоение теоретического материала, подготовка к лабораторным занятиям, анализ результатов, полученных на лабораторных занятиях, выполнение заданий преподавателя на самостоятельную работу.

Учебная задача курса – фундаментальная подготовка студентов к исследованию динамики экономических процессов с использованием понятий и методов теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, в частности, в теории экономического роста и теории экономических циклов. Курс предназначен для студентов второго курса направления «Бизнес-информатика». При изложении курса обращается особое внимание моделированию экономических систем.

Подготовка к аудиторным занятиям и к собеседованиям проводится посредством изучения курса лекций, дополнительной литературы, а также решения предложенных задач.

Выполнение контрольной работы осуществляется с использованием дополнительной литературы.

Подготовка к зачету – изучение курса лекций, упражнения в решении типовых задач, изучение дополнительной литературы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Проведение контрольных работ	Разделы 2, 3, 4	ПК-18
2	Проведение собеседований	Разделы 1, 2, 4	ПК-18
3	Выполнение лабораторных работ	Разделы 1, 2, 4	ПК-18
4	Зачет	Разделы 1 – 4	ПК-18

Список лабораторных работ

1. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Решение дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Решение дифференциальных уравнений высших порядков.
4. Решение конечно-разностных уравнений.

Примерные задания контрольной работы №1

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} \cdot y' = 0$.

2. Найти общий интеграл однородного уравнения: $y'(2x - y) = x + 2y$.

3. Найти общие интегралы линейного уравнения/уравнения Бернулли:

$$\text{а) } y' - x \sin(x) = \frac{y}{x}, \quad \text{б) } y'e^{x^2} - (xe^{x^2} - y^2)y = 0.$$

4. Найти общий интеграл уравнения в полных дифференциалах

$$(3x^2 + 3x^2 \ln(y))dx - \left(2y - \frac{x^3}{y}\right)dy = 0.$$

5. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$\text{а) } x^4 y'' + x^3 y' = 1; \quad \text{б) } y^3 y'' + 1 = 0.$$

6. Найти общий интеграл линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$\text{а) } y'' + 2y' - 8y = 8 - 32x; \quad \text{б) } y'' - 8y' + 7y = 12e^{7x}.$$

7. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 8y. \end{cases}$$

Примерные задания контрольной работы №2

1. Исследовать точки покоя системы на устойчивость:

$$a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y, \end{cases} \quad б) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + y, \\ \frac{dy}{dt} = -x + 3y. \end{cases}$$

2. Исследовать нулевое решение системы на устойчивость по первому приближению:

$$a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sin(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = -x - 2y^3. \end{cases} \quad б) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + \frac{3}{2}y + 3xy^3, \\ \frac{dy}{dt} = -x - \frac{1}{3}y - 2x^2y^2. \end{cases}$$

3. Решить линейные разностные уравнения первого порядка:

$$a) y_{k+1} - \frac{k+2}{k+1} y_k = \frac{2}{k+3}; \quad б) y_{k+1} + 2y_k = 3k^2 + 2k - 2.$$

4. Решить линейные неоднородные разностные стационарные уравнения:

$$a) y_{k+2} + 2y_{k+1} + 2y_k = 1 - 5k; \quad б) y_{k+2} - y_k = \cos(k).$$

Примерный перечень вопросов к собеседованиям

Собеседование №1 по темам раздела 1.

1. Определить понятие и привести примеры дифференциальных уравнений n-го порядка.
2. Что называется общим решением и общим интегралом дифференциального уравнения?
3. Какова связь между общим и частным решением дифференциального уравнения?
4. Что называется интегральной кривой дифференциального уравнения?
5. Сформулировать теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения, разрешенного относительно производной.
6. Дать подробное описание явного метода Эйлера решения дифференциальных уравнений.
7. Перечислить существующие модификации метода Эйлера и указать достоинства каждого из них?
8. Сравнить базовый метод Эйлера с методами Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений
9. Перечислить и охарактеризовать многошаговые методы приближенного решения дифференциальных уравнений
10. Каким образом можно контролировать точность приближенного решения дифференциального уравнения в процессе вычислений?
11. Каким образом определяются погрешности основных методов приближенного решения дифференциальных уравнений?
12. Перечислить основные приложения аппарата дифференциальных уравнений в экономическом моделировании.

Собеседование №2 по теме 2.1 раздела 2

1. Привести простейшие примеры дифференциальных уравнений первого порядка, находящих применение в экономике.
2. С помощью примеров описать процесс перехода от уравнений с разделяющимися переменными к уравнению с разделенными переменными.
3. Какие существуют типы уравнений первого порядка, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными?
4. Какие дифференциальные уравнения называются однородными и почему?
5. Описать метод вариации произвольной постоянной решения линейных уравнений первого порядка.
6. Каким образом уравнение Бернулли может быть сведено к линейному уравнению?

7. Привести пример решения линейного уравнения методом Бернулли.
8. Каким образом может быть найдено решение уравнения Риккати?
9. Какому условию должны удовлетворять функции и для того, чтобы дифференциальное уравнение было уравнением в полных дифференциалах?
10. Записать формулу, выражающую решение уравнения в полных дифференциалах через криволинейный интеграл второго рода.
11. Как определяется интегрирующий множитель?
12. Перечислить простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка, не разрешенных относительно производной, и охарактеризовать способы их решения.
13. Каким образом решаются уравнения Лагранжа и Клеро?

Собеседование №3 по теме 2.2 раздела 2

1. Сформулировать теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения порядка выше первого.
2. Перечислить простейшие типы дифференциальных уравнений порядка выше первого, допускающие понижение порядка.
3. В каком случае может быть легко определен первый интеграл дифференциального уравнения порядка выше первого?
4. Какими свойствами обладает линейный дифференциальный оператор?
5. Что называется определителем Вронского и каким образом он связан с системой решений линейного дифференциального уравнения?
6. Что такое фундаментальная система решений линейного уравнения?
7. Каким образом записывается общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения?
8. Как можно понизить порядок линейного однородного дифференциального уравнения, зная одно его частное решение?
9. Можно ли использовать формулу Остроградского-Лиувилля для интегрирования линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка?
10. Каким образом решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами обуславливается корнями соответствующего характеристического уравнения?
11. В чем сходство и в чем различие линейных дифференциальных уравнений и уравнений Эйлера?
12. В какой форме ищется частное решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида?

Собеседование №4 по темам раздела 4

1. Что такое разностная схема?
2. Каким образом и с какой точностью строятся разностные аппроксимации производных первого и второго порядка?
3. Привести пример простейших разностных схем, аппроксимирующих обыкновенные дифференциальные уравнения.
4. Привести примеры разностных уравнений n -го порядка.
5. Как связаны между собой общее и частное решения одного разностного уравнения?
6. Чему равна степень характеристического уравнения линейного однородного разностного уравнения n -го порядка?
7. Какой вид имеет общее решение линейного однородного разностного уравнения 2-го порядка в случае, когда его характеристическое уравнение имеет действительные, комплексно-сопряженные, кратные корни?
8. В каких случаях используется метод неопределенных коэффициентов для решения неоднородного линейного разностного уравнения и в чем его суть?
9. Какая система линейных разностных уравнений является нормальной?
10. Что такое фундаментальная система решений однородной системы ?

11. Охарактеризовать известные методы решения нелинейных разностных уравнений и систем.

Пример контрольной работы для студентов заочной формы обучения

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $(\sin(x+y) + \sin(x-y))dx + \frac{dy}{\cos(y)} = 0$.

2. Найти общий интеграл однородного уравнения: $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$.

3. Найти общие интегралы линейного уравнения/уравнения Бернулли:

$$\text{а) } xy' - 2y = 2x^4, \quad \text{б) } xy^2y' = x^2 + y^3.$$

4. Найти общий интеграл уравнения в полных дифференциалах

$$(x + \sin(y))dx + (x \cos(y) + \sin(y))dy = 0.$$

5. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$\text{а) } 2xy''y' = (y')^2 - 4; \quad \text{б) } yu'' - 2(y')^2 = 0.$$

6. Найти общий интеграл линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$\text{а) } y'' - 3y' + 5y = 2e^x; \quad \text{б) } y'' + 6y' - 4y = \cos(2x) + \sin(x).$$

7. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 9x + 4y, \\ \frac{dy}{dt} = -5x + 2y. \end{cases}$$

8. Исследовать точки покоя системы на устойчивость:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 7x + 2y, \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 9y, \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y. \end{cases}$$

9. Исследовать нулевое решение системы на устойчивость по первому приближению:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + xy + xy^3 - \frac{x^2y}{2}, \\ \frac{dy}{dt} = -x + xy - y^3 - \frac{x^2y}{2}. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + x(x^2 + y^4), \\ \frac{dy}{dt} = -x + y(x^2 + y^4). \end{cases}$$

10. Решить линейные разностные уравнения первого порядка:

$$\text{а) } y_{k+1} = \left(\frac{k+3}{k+4}\right)^2 y_k + \frac{1}{k+4}; \quad \text{б) } y_{k+1} = \frac{k+3}{k+2} y_k + \frac{2}{k+5}.$$

11. Решить линейные неоднородные разностные стационарные уравнения

$$\text{а) } y_{k+2} - y_{k+1} + y_k = (7k+3) \cdot (-2)^k \quad \text{б) } y_{k+2} + 2y_{k+1} + y_k = -(k+3) \cdot 2^k.$$

Перечень вопросов к зачету

1. Основные понятия и определения курса дифференциальных уравнений. Порядок уравнения, общее решение задача Коши, краевая задача.
2. Простейшие дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.
4. Однородные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним.
5. Линейные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним. Два способа их решения.

6. Уравнения Бернулли и Риккати.
7. Теорема существования и единственности (Коши) решения начальной задачи.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель. Способы его нахождения.
10. Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной.
11. Общий метод введения параметра для уравнений $F(x, y, y')=0$.
12. Уравнения Лагранжа и Клеро.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков. Приведение к системе уравнений. Теорема существования и единственности.
14. Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков.
15. Простейшие нелинейные уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка.
16. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Общие свойства, линейных дифференциальный оператор.
17. Общая теория линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка.
18. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
19. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью (резонансный случай).
20. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью (нерезонансный случай).
21. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений.
22. Метод Эйлера решения однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
23. Метод вариации решения неоднородных линейных систем.
24. Метод функций Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
25. Устойчивость по первому приближению. Теоремы Ляпунова.
26. Критерий Рауса-Гурвица.
27. Линейные разностные уравнения. Общие решения для однородного и неоднородного случаев.
28. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами.
29. Разностные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Аналог определителя Вронского.

Примеры практических заданий к зачету

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

$$y^2 y' + x + 1 = 0.$$

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

$$6x dx - 6y dy - 2x^2 y dy + 3xy^2 dx = 0.$$

3. Найти общий интеграл однородного уравнения:

$$3x^3 y' = y(3x^2 - y^2).$$

4. Найти общий интеграл однородного уравнения:

$$xy' - y = (x + y) \ln \left(\frac{x + y}{x} \right).$$

5. Найти общий интеграл линейного уравнения:

$$xy' + 2y = x^2.$$

6. Найти общий интеграл уравнения Бернулли:

$$x dy = \left(\frac{y^2}{x} - x^3 y \right) dx.$$

7. Найти общий интеграл уравнения в полных дифференциалах

$$3x^2 y + \sin(x) = (\cos(y) - x^3) y'.$$

8. Найти общий интеграл уравнения Риккати

$$xy' - y^2 + (2x + 1)y = x^2 + 2x,$$

если известно частное решение $y^* = x$.

9. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$xy'' + 3y' = 0.$$

10. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}.$$

11. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$y^2 y'' = (y')^3.$$

12. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$\frac{y''}{y'} = \frac{2yy'}{1 + y^2}.$$

13. Найти общий интеграл линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$y'' - 3y' = -18x.$$

14. Найти общий интеграл линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$y'' - 4y' + 8y = 16e^{2x}.$$

15. Найти общий интеграл линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$y'' + 2y' - 3y = 16e^x.$$

16. Найти общий интеграл линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$y^{IV} - y = xe + \cos(x).$$

17. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$$

18. Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + \operatorname{tg}^2(t) - 1, \\ \frac{dy}{dt} = -x + \operatorname{tg}(t). \end{cases}$$

19. Решить дифференциальное уравнение:

$$y'' + 4y' = \frac{1}{\sin(2x)}.$$

20. Решить дифференциальное уравнение $y'' - y' = e^{2x} \sqrt{1 - e^{2x}}$.

21. Исследовать на устойчивость решение системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -3y - 2x, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0.$$

22. Установить характер точки покоя $(0, 0)$ в системе:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 3y. \end{cases}$$

23. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y - 3xy^2 - \frac{1}{4}x^3, \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - 2y^3. \end{cases}$$

24. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + xy^4 - x^3y^6, \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{4}y^3. \end{cases}$$

25. Исследовать на устойчивость по первому приближению точку покоя $(0, 0)$ в системе

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y - 3x^2, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 2y + 2x^2 + y^4. \end{cases}$$

26. Исследовать на устойчивость по первому приближению точку покоя $(0, 0)$ в системе

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\sin(x) + 3y + x^5, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{4}x - 2y - \frac{1}{6}y^3. \end{cases}$$

27. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4y - x^5, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - y^3 \end{cases}$$

при помощи функции Ляпунова $u = 3x^2 + 4y^2$.

28. Решить линейное разностное уравнение первого порядка

$$y_{k+1} = \left(\frac{k+2}{k+1} \right)^2 y_k + \frac{2(k+2)}{k+4}.$$

29. Решить линейное разностное уравнение первого порядка

$$y_{k+1} = (k+2)y_k + (k+2)!$$

30. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y_{k+1} + 3y_k = 3(2k-1)(-3)^k.$$

31. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y_{k+1} - 4y_k = \cos(k+1) - 4\cos(k).$$

32. Решить разностную задачу Коши $y_{k+1} - 4y_k = (2k+2) \cdot 3^k$, $y_0 = 0$.

33. Решить разностную задачу Коши $y_{k+1} + 6y_k = (4k-2) \cdot (-2)^k$, $y_0 = 3$.

34. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение

$$y_{k+2} + 3y_{k+1} + 2y_k = (20k+7) \cdot 3^k.$$

35. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение

$$y_{k+2} + 2y_k = (5 + 4\cos(2)) \cdot \cos(k).$$

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) основная

1. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 288 с.

<https://e.lanbook.com/book/126> (неогранич. доступ)

2. Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 480 с.

<https://e.lanbook.com/book/123> (неогранич. доступ)

3. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 608 с.

<https://e.lanbook.com/book/306> (неогранич. доступ)

4. Романко, В.К. Курс разностных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 200 с.

<https://e.lanbook.com/book/59620> (неогранич. доступ)

б) дополнительная

1. Вдовин, А.Ю. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Ю. Вдовин, Л.В. Михалева, В.М. Мухина. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 192 с.

<https://e.lanbook.com/book/45> (неогранич. доступ)

2. Куснер, Ю.С. Принципы движения экономической системы [Электронный ресурс] / Ю.С. Куснер, И.Г. Царев. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 200 с.

<https://e.lanbook.com/book/59499> (неогранич. доступ)

3. Петрушко, И.М. Сборник задач и типовых расчетов по высшей математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.М. Петрушко, А.И. Бараненков, Е.П. Богомолова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 240 с.

<https://e.lanbook.com/book/310> (неогранич. доступ)

4. Прасолов, А.В. Математические методы экономической динамики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 352 с.

<https://e.lanbook.com/book/67480> (неогранич. доступ)

в) программное обеспечение:

Microsoft Windows – подписка DreamSpark/Microsoft Imagine Standard, регистрационный номер 00037FFEBAACF8FD7

(договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.), продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

Microsoft Visual Studio 2010

(договор № СД-130712001 от 12.07.2013 (подписка с 1 сентября 2013 г. до 31 августа 2017 г.), продление Microsoft Imagine Standard KDF-00031 (подписка с 1 сентября 2017 г. до 31 августа 2020 г.)

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения» проводятся в лекционных аудиториях университета. Лабораторные занятия проводятся в аудиториях, оснащенных персональными компьютерами.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.05 – «Бизнес-информатика».

Программу составил:

Доцент кафедры ВиПМ



Рязанцев В.А.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.

Программа одобрена на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика».

Протокол № 12

от «31» августа 2016 года

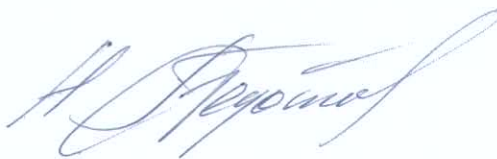
Зав. кафедрой «Высшая
и прикладная математика»,
проф., д.ф.-м.н.



Бойков И.В.

Программа согласована с заведующим выпускающей кафедрой «Экономическая кибернетика».

Зав. кафедрой «ЭК»
проф., д.т.н.



Федотов Н.Г.

Программа одобрена методической комиссией ФЭУ

Протокол № 1

от «12» 09  2016 года

Председатель методической комиссии ФЭУ



Е.В.Ерёмина

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2017-2018	№-100м 4.09.17	без изменений			