

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВТ



Фионова Л.Р.

« 17 » апреля 2015г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.1.19 Дискретная математика**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация (степень) выпускника – Бакалавр

Форма обучения очная

Пенза, 2015

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целью дисциплины «Дискретная математика» является формирование и развитие у будущих специалистов в области прикладной математики и информатики обще профессиональных компетенций, формирование теоретических знаний и практических навыков в области дискретной математики в том числе: освоение и использование основных методов теории множеств, теории отношений, теории комбинаторного анализа и теории графов.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата**

2.1. Дисциплина «Дискретная математика» относится к базовой части учебного плана.

Для изучения дисциплины «Дискретная математика» необходимы:

- знание методов алгебры и умение применять разнообразные математические приемы решения задач, полученные в ходе изучения курса «Алгебра» в I семестре;
- знание методов геометрии и умение применять разнообразные математические приемы решения задач, полученные в ходе изучения курса «Геометрия» в I семестре;
- знание основ информатики и умение применять основные понятия информатики для решения задач, полученные в ходе изучения курса «Основы информатики» в I семестре;
- знание методов и умение применять разнообразные математические приемы решения задач, полученные в ходе изучения курса «Математический анализ» во II и III семестрах;
- знание элементарных методов комбинаторики и умение применять эти методы для решения задач, полученные в ходе изучения курса «Теория вероятностей» в III семестре;
- знание простейших дифференциальных уравнений и умение решать линейные дифференциальные уравнения, полученные в ходе изучения курса «Дифференциальные уравнения» в IV семестре.

Теоретические знания и практические навыки, полученные при изучении дисциплины «Дискретная математика», предшествуют изучению следующих дисциплин: «Математическая логика», «Методы оптимизации», «Компьютерная графика», «Практикум решения задач на ЭВМ». Эти знания и практические навыки также необходимы для выполнения курсовых работ и выпускной бакалаврской работы.

2.2. Минимальные требования к «входным» знаниям, необходимым для успешного усвоения данной дисциплины - удовлетворительное усвоение программ по следующим разделам указанных выше дисциплин:

- «Алгебра»; «Геометрия»; разделы математического анализа: «Дифференциальное и интегральное исчисление», «Ряды и их сходимости»; «Основы информатики»; элементарные методы комбинаторики, изучаемые в математическом анализе и теории вероятностей; приемы решения линейных дифференциальных уравнений, изучаемые в дисциплине «Дифференциальные уравнения».

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Дискретная математика»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	Знать: основные понятия дискретной математики и методы их использования.
		Уметь: применять основные понятия и методы дискретной математики для решения прикладных задач.
		Владеть: основными методами и приемами дискретной математики для использования в прикладной информатике.
ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	Знать: основные методы теории множеств, теории отношений, комбинаторного анализа и теории графов.
		Уметь: применять методы теории множеств, теории отношений, комбинаторного анализа и теории графов к разработке алгоритмических решений.
		Владеть: методами теории множеств, теории отношений, комбинаторного анализа и теории графов для использования их в прикладной информатике.
ОПК-4	Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Знать: основные теоретические конструкции дискретной математики.
		Уметь: применять основные теоретические конструкции дискретной математики для решения стандартных задач прикладной информатики.
		Владеть: методами описания основных теоретических конструкций дискретной математики для использования их в прикладной информатике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Дискретная математика»

##### 4.1. Структура дисциплины «Дискретная математика»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часов

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)		
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа					Опрос на практических занятиях	Проверка выполнения индивидуального задания	Проверка контрольной работы
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к лекциям	Подготовка к выполнению контрольной работы	Подготовка к зачету	Подготовка к экзамену			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1.	<b>Раздел 1. Множества, мультимножества. Элементы комбинаторики.</b>		1-4	8	4	4	16	5	1	2	0	2	2	4
1.1.	Множества. Диаграммы Эйлера – Венна. Операции над множествами.	1	1	2	1	1	4	1		1			1	1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1.2.	Покрытия, разбиения и перечисление элементов множеств. Элементы комбинаторики.	1	2-3	4	2	2	6	2		1		1		2
1.3.	Представление множеств в ЭВМ. Коды Грея и их применение. Мультимножества.	1	4	2	1	1	6	2	1			1	1	1
<b>2.</b>	<b>Раздел 2. Отношения, свойства отношений. Функции.</b>	<b>1</b>	<b>5-8</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>16</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>3</b>
2.1.	Отношения, их представления в ЭВМ и свойства. Композиция отношений.	1	5	2	1	1	6	1	2	1			1	1
2.2.	Отношения эквивалентности и порядка, их свойства. Представление отношений матрицами.	1	6-7	4	2	2	6	1		1		1	2	1
2.3.	Функции и их представления в ЭВМ. Перестановки.	1	8	2	1	1	4	1		1			1	1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3.	<b>Раздел 3. Основные понятия теории графов.</b>	1	9-14	12	6	6	24	3	4	5	0	6	3	3
3.1.	Основные понятия и терминология теории графов. Простейшие виды графов.	1	9	2	1	1	8	1	1	2		2	1	1
3.2.	Подграфы, изоморфизм графов и подграфов. Операции над графами.	1	10-11	4	2	2	8	1	1	2		2	1	1
3.3.	Матрицы смежности и инцидентности, их основные свойства.	1	12-14	6	3	3	8	1	2	1		2	1	1
4.	<b>Раздел 4. Маршруты, цепи, циклы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и их свойства.</b>	1	15-18	8	4	4	15	2	2	3	0	3	3	2
4.1.	Маршруты, цепи, циклы. Компоненты, связность. Цикломатическое число и его свойства.	1	15	2	1	1	7	1	1	1		1	2	1
4.2.	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья. Матрица Кирхгофа и ее свойства.	1	16	2	1	1	8	1	1	2		2	1	1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4.3.	Перечисление деревьев. Числа Фибоначчи и числа Каталана. Их свойства.	1	17-18	4	2	2	8	1	1	2		2	1	1
5.	<b>Раздел 5. Алгоритмы на графах. Алгоритмы Дейкстры, Краскала и Прима.</b>	2	1-12	60	24	36	48	9	9	0	7	9	6	8
5.1.	Прикладные задачи на графах. Алгоритмы на графах.	2	1-4	20	8	12	16	3	3		3	3	2	2
5.2.	Кратчайшие пути на графах. Алгоритм Дейкстры.	2	5-8	20	8	12	16	3	3		2	3	2	3
5.3.	Жадные алгоритмы. Задача о кратчайшем остове. Алгоритмы Краскала и Прима.	2	9-12	20	8	12	16	3	3		2	3	2	3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6.	<b>Раздел 6. Прикладные задачи на графах. Планарность. Раскраски графа.</b>	2	13-20	40	16	24	33	5	4	0	6	6	6	6
6.1.	Планарность. Формула Эйлера. Критерии планарности.	2	13-15	15	6	9	11	2	1		2	2	2	2
6.2.	Раскраски графа. Хроматическое число, индекс и их свойства.	2	16-18	15	6	9	10	1	1		2	2	2	2
6.3.	Теорема о четырех красках и обзор результатов по этой теореме.	2	19-20	10	4	6	12	2	2		2	2	2	2
	Общая трудоемкость, в часах	<b>288</b>	<b>136</b>	<b>58</b>	<b>78</b>	<b>152</b>	<b>27</b>	<b>22</b>	<b>13</b>	<b>13</b>	<b>27</b>	<b>24</b>	<b>26</b>	

Промежуточная аттестация	
Форма	Семестр
Зачет	1
Экзамен	2

..



## 4.2. Содержание дисциплины

### 4.2.1. Содержание лекционных занятий

#### **Раздел 1. Множества, мультимножества. Элементы комбинаторики.**

##### ***Тема 1.1. Множества. Диаграммы Эйлера – Венна. Операции над множествами.***

Теория множеств как фундамент математики и использование множеств как основы для построения структур данных.

Основные понятия теории множеств. Подмножества. Методы описания множеств. Парадоксы теории множеств.

Диаграммы Эйлера – Венна. Операции над множествами. Доказательство тождеств.

##### ***Тема 1.2. Покрытия, разбиения и перечисление элементов множеств. Элементы комбинаторики.***

Покрытия и разбиения множеств на блоки.

Основные правила перечисления элементов множеств. Декартовы произведения множеств.

Биномиальные коэффициенты и их свойства. Треугольник Паскаля. Тождества с биномиальными коэффициентами.

Числа Стирлинга второго рода и их свойства. Числа Белла.

##### ***Тема 1.3. Представление множеств в ЭВМ. Коды Грея и их применение. Мультимножества.***

Основные методы представления множеств в ЭВМ. Использование различных представлений множеств для выполнения операций над множествами в ЭВМ.

Описание кодов Грея, алгоритмы их генерация и применение.

Мультимножества. Их описание. Основные операции над мультимножествами. Мультиномиальные коэффициенты.

#### **Раздел 2. Отношения, свойства отношений. Функции.**

##### ***Тема 2.1. Отношения, их представления в ЭВМ и свойства.***

Бинарные отношения. Геометрическая интерпретация бинарных отношений с помощью графов.  $n$ -арные отношения.

Представление отношений в ЭВМ. Свойства отношений. Композиция отношений.

##### ***Тема 2.2. Отношения эквивалентности и порядка, их свойства. Представление отношений матрицами.***

Отношения эквивалентности и их свойства. Примеры отношений эквивалентности.

Отношения порядка и их свойства. Примеры отношений порядка. Диаграммы Хассе.

Представление отношений матрицами.

##### ***Тема 2.3. Функции и их представления в ЭВМ. Перестановки.***

Функции как частный случай отношений. Представление функций в ЭВМ.

Инъекция, сюръекция и биекция.

Перестановки. Представление перестановок циклами.

Числа Стирлинга первого рода и их свойства.

#### **Раздел 3. Основные понятия теории графов.**

##### ***Тема 3.1. Основные понятия теории графов. Простейшие виды графов.***

Основные понятия теории графов. Конечные графы, орграфы, мультиграфы, псевдографы. Различные интерпретации графов.

Простейшие типы графов: цепи, циклы, полные графы и т. д. Двудольные графы.

Степени вершин. Простейшие теоремы теории графов.

##### ***Тема 3.2. Подграфы, изоморфизм графов и подграфов. Операции над подграфами.***

Подграфы. Изоморфизм графов и подграфов.

Теорема о вложении псевдографа в  $\mathbf{R}^3$ .

Операции над подграфами.

### ***Тема 3.3. Матрицы смежности и инцидентности, их основные свойства.***

Матрицы смежности вершин графов и орграфов. Их свойства.

Матрицы смежности ребер простых графов. Реберные (смежностные) графы и их свойства.

Матрицы инцидентности графов и орграфов. Их свойства.

## **Раздел 4. Маршруты, цепи, циклы. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и их свойства.**

### ***Тема 4.1. Маршруты, цепи, циклы. Компоненты, связность. Цикломатическое число и его свойства.***

Маршруты, цепи, циклы. Диаметр, радиус и обхват графа. Пути в орграфах.

Компоненты графа, связность. Число Бетти размерности 0. Вершинная и реберная связность.

Цикломатическое число (число Бетти размерности 1) и его свойства.

### ***Тема 4.2. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья. Матрица Кирхгофа и ее свойства.***

Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера существования эйлерова графа.

Гамильтоновы цепи и циклы. Понятие о NP-полных задачах. Задача коммивояжера.

Деревья. Матрица Кирхгофа и ее свойства. Матричная теорема о деревьях.

### ***Тема 4.3. Перечисление деревьев. Числа Фибоначчи и числа Каталана. Их свойства.***

Подсчет числа помеченных деревьев. Теорема Кэли.

Задачи, приводящие к числам Фибоначчи. Числа Фибоначчи их производящая функция и свойства.

Задачи, приводящие к числам Каталана. Числа Каталана, их свойства и производящая функция.

## **Раздел 5. Алгоритмы на графах. Алгоритмы Дейкстры, Краскала и Прима.**

### ***Тема 5.1. Прикладные задачи на графах. Алгоритмы на графах.***

Прикладные задачи на графах.

Подсчет числа направленных маршрутов заданной длины между заданными вершинами орграфа.

Матричный метод нахождения числа маршрутов в орграфах.

Поиск в глубину (DFS) и поиск в ширину (BFS).

### ***Тема 5.2. Кратчайшие пути на графах. Алгоритм Дейкстры.***

Задачи о кратчайших путях и их интерпретация на графах.

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайших путей между заданной вершинной графа и остальными вершинами. О реализации алгоритма Дейкстры на ЭВМ,

### ***Тема 5.3. Жадные алгоритмы. Задача о кратчайшем остове. Алгоритмы Краскала и Прима.***

Жадные алгоритмы и их свойства.

Задача о кратчайшем остове (SST).

Алгоритм Краскала решения задачи SST.

Алгоритм Прима решения задачи SST.

## **Раздел 6. Прикладные задачи на графах. Планарность. Раскраски графа.**

### ***Тема 6.1. Планарность. Формула Эйлера. Критерии планарности.***

Планарность. Плоские графы.

Формула Эйлера для плоских графов. Следствия из формулы Эйлера.

Простые многогранники. Формула Эйлера для простых многогранников.

Теорема Понтрягина – Куратовского. Теорема Вагнера.

**Тема 6.2. Раскраски графа. Хроматическое число, хроматический индекс и их свойства.**

Вершинная и реберная раскраска графа.  
Хроматический многочлен и его свойства.  
Хроматическое число и его свойства.  
Хроматический индекс и его свойства.

**Тема 6.3. Теорема о четырех красках и обзор результатов по этой теореме.**

Постановка задачи «о четырех красках». Теорема Хивуда о пяти красках.  
Обзор результатов по теореме о четырех красках.

#### **4.2.2. Темы практических занятий**

##### **I семестр (9 практических занятий)**

**Занятие 1-2. Множества.** Методы описания множеств. Операции над множествами. Покрытия, разбиения и перечисление элементов множеств. Представление множеств в ЭВМ. Коды Грея и их применение. Мультимножества.

**Занятие 3-5. Отношения, функции и их свойства.** Отношения, свойства отношений. Композиция отношений. Отношения эквивалентности и порядка, их свойства. Представление отношений матрицами.

**Занятие 6-9. Элементы комбинаторики.** Основные комбинаторные конфигурации, их свойства. Биномиальные коэффициенты, их свойства.

##### **II семестр (30 практических занятий)**

**Занятие 1-4. Производящие функции. Решение рекуррентных соотношений.**

**Занятие 5-8. Графы.** Основные понятия теории графов. Простейшие виды графов. Подграфы, изоморфизм графов и подграфов. Операции над подграфами. Матрицы смежности и инцидентности, их основные свойства.

**Занятие 9-12. Маршруты, цепи, циклы.** Маршруты, цепи, циклы. Компоненты, связность. Цикломатическое число.

**Занятие 13-17. Деревья и их свойства.** Матрица Кирхгофа и ее свойства. Перечисление деревьев. Числа Фибоначчи и числа Каталана.

**Занятие 17-20. Эйлеровы и гамильтоновы графы.**

**Занятие 21-25. Алгоритмы на графах.** Кратчайшие пути на графах. Алгоритм Дейкстры. Жадные алгоритмы. Алгоритмы Краскала и Прима.

**Занятие 26-30. Прикладные задачи на графах. Планарность. Раскраски графа.** Формула Эйлера. Вычисления по формуле Эйлера. Критерии планарности. Нахождение хроматического числа и хроматического индекса. Вычисление хроматического числа для планарных графов.

## 5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины «Дискретная математика» при проведении аудиторных занятий используются образовательные технологии, предусматривающие такие методы и формы изучения материала как лекция, практические занятия, включающие активные и интерактивные формы занятий:

- Проведение лекции проблемного характера: тема 8 «Эйлеровы и гамильтоновы графы»; тема 10 «Раскраски графов».
- Проведение практических занятий в интерактивной форме.

Занятия, проводимые в активной форме с разбором конкретных ситуаций, составляют более 25% от общего количества аудиторных занятий.

Самостоятельная работа студентов подразумевает работу под руководством преподавателя (консультации, помощь в решении задач и др.) и индивидуальную работу студента.

При реализации образовательных технологий используются следующие виды самостоятельной работы:

- работа с конспектом лекции и литературой;
- подготовка к практическим занятиям: изучение теоретического материала, решение задач;
- выполнение и оформление индивидуальных домашних заданий: изучение теоретического материала, разработка алгоритма решения задачи, разработка и отладка программ, вычислительный эксперимент с разработанной программой, оформление письменного отчета по индивидуальному заданию;
- поиск информации в Интернет и литературе;
- подготовка к зачету и сдаче индивидуальных заданий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к сдаче экзамена.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: обеспечение внеаудиторной работы со студентами в том числе в электронной образовательной среде с использованием соответствующего программного оборудования, дистанционных форм обучения, возможностей интернет-ресурсов, индивидуальных консультаций и т.д.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.  
Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,  
промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**6.1. План самостоятельной работы студентов**

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Часы	Рекомендуемая литература
1	2	3	4
1.1	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить основные понятия теории множеств, а также методы описания множеств.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Изучить историю развития теории множеств и обратить особое внимание на многочисленные парадоксы теории бесконечных множеств и отметить пути их разрешения.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет и выполнить по ним конспективные записи.</p>	4	1,2,3,5,10
1.2	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить определения покрытия и разбиения множеств на блоки, а также основные правила перечисления элементов множеств. Разобрать методы получения основных формул для биномиальных коэффициентов и чисел Стирлинга второго рода.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Познакомиться с дополнительными соотношениями для биномиальных коэффициентов и чисел Стирлинга второго рода.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Составить таблицу основных соотношений для биномиальных коэффициентов и чисел Стирлинга второго рода, а также чисел Белла.</p>	6	1,2,3,5,10
1.3	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить основные методы представления множеств в ЭВМ. Разобрать доказательство алгоритма генерации двоично-отраженных кодов Грея. Изучить описание мультимножеств и мультиномиальных коэффициентов.</p> <p><i>2. Подготовка к контрольной работе</i> Сравнить различные алгоритмы генерации кодов Грея и методы их реализации на ЭВМ.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	6	1,2,3,5,10

1	2	3	4
2.1	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить бинарные отношения, их геометрическую интерпретацию с помощью графов и <math>n</math>-арные отношения. Рассмотреть представление отношений в ЭВМ и их свойства.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Рассмотреть применение теории отношений для разработки реляционных баз данных.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	6	1,2,3,5,10
2.2	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить отношения эквивалентности с рассмотрением их свойств и примеров. Изучить отношения порядка с рассмотрением их свойств и примеров.</p> <p><i>2. Подготовка к контрольной работе</i> Рассмотреть дополнительные примеры отношений эквивалентности и порядка, а также построить их диаграммы Хассе.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	6	1,2,3,5,10
2.3	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить методы представления функций в ЭВМ. Разобраться с понятиями инъекции, сюръекции и биекции. Изучить перестановки, представления их циклами и соотношения для чисел Стирлинга первого рода. А также разобрать комбинаторный смысл чисел Стирлинга первого рода без знака.</p> <p><i>2. Подготовка к контрольной работе</i> Рассмотреть дополнительные соотношения для чисел Стирлинга первого рода.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи, а также выписать основные соотношения для чисел Стирлинга первого рода в форме таблицы.</p>	4	1,2,3,5,10
3.1	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить основные понятия теории графов.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Рассмотреть дополнительные интерпретации графов и их приложения.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	8	1,2,3,5,10

1	2	3	4
3.2	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить изоморфизм графов и подграфов.</p> <p><i>2. Подготовка к экзамену</i> Рассмотреть понятие изоморфизма векторных и евклидовых пространств.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	8	1,2,3,5,10
3.3	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить матрицы смежности и инцидентности графов и орграфов. Изучить реберные графы и алгоритм их построения.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Обосновать алгоритм построения реберных графов.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные зачет.</p>	8	1,2,3,5,10
4.1	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить основные понятия теории графов, связанные с определениями маршрута, цепи и цикла, а также изучить связанные с ними числовые характеристики графов. Рассмотреть свойства путей в орграфах. Разобрать понятие компонент графа и его связности. Изучить свойства цикломатического числа.</p> <p><i>2. Подготовка к контрольной работе</i> Доказать основные свойства цикломатического числа.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	7	1,2,3,5,10

1	2	3	4
4.2	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить эйлеровы цепи и циклы, а также гамильтоновы цепи и циклы. Разобрать теорему Эйлера о существовании эйлеровых графов. Разобрать определение матрицы Кирхгофа и изучить ее основные свойства.</p> <p><i>2. Подготовка к экзамену</i> Доказать теорему Эйлера о существовании эйлеровых графов. Рассмотреть доказательство матричной теоремы о деревьях. Найти определение NP-полных задач и сравнить трудность решения задач классов P и NP.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	8	1,2,3,5,10
4.3	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Рассмотреть теорему Кэли о числе помеченных деревьев. Изучить задачи, приводящие к числам Фибоначчи и Каталана, а также их основные свойства.</p> <p><i>2. Подготовка к экзамену</i> Доказать теорему Кэли. Разобрать метод производящих функций. Повторить степенные ряды и операции со степенными рядами.</p> <p><i>3. Подготовка к зачету</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на зачет, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	8	1,2,3,5,10
5.1	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить методы подсчета числа направленных маршрутов заданной длины между заданными вершинами орграфа, а также методы поиска в глубину (DFS) и поиска в ширину (BFS).</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Рассмотреть различные подходы к реализации на ЭВМ алгоритмов DFS и BFS.</p> <p><i>3. Подготовка к экзамену</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	16	1,2,3,5,10



1	2	3	4
5.2	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Рассмотреть постановку задач о кратчайших путях и их интерпретация на графах. Изучить Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайших путей между заданной вершинной графа и остальными вершинами.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Рассмотреть различные подходы к реализации на ЭВМ алгоритма Дейкстры.</p> <p><i>3. Подготовка к экзамену</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	16	1,2,3,5,10
5.3	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Рассмотреть жадные алгоритмы и их свойства и постановку задачи о кратчайшем остове (SST). Изучить алгоритмы Краскала и Прима решения задачи SST.</p> <p><i>2. Подготовка к экзамену</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	16	1,2,3,5,10
6.1	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Изучить формулу Эйлера для плоских графов, а также рассмотреть ее следствия.</p> <p><i>2. Подготовка к контрольной работе</i> Доказать формулу Эйлера и ее следствия.</p> <p><i>3. Подготовка к экзамену</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	11	1,2,3,5,10
6.2	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Разобрать задачи раскраски графа. Изучить хроматический многочлен, хроматическое число и индекс, а также их свойства.</p> <p><i>2. Подготовка к контрольной работе</i> Разобрать алгоритм построения хроматического многочлена.</p> <p><i>3. Подготовка к экзамену</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	10	1,2,3,5,10

1	2	3	4
6.3	<p><i>Подготовка к лекции</i></p> <p><i>1. Работа с конспектом лекции и литературой</i> Разобрать постановку задачи «о четырех красках». Изучить теорему Хивуда о пяти красках.</p> <p><i>2. Индивидуальное задание</i> Рассмотреть историю задачи «о четырех красках».</p> <p><i>3. Подготовка к экзамену</i> Выделить в конспекте лекций вопросы, выносимые на экзамен, и выполнить по ним конспективные записи.</p>	12	1,2,3,5,10

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Подготовка к лекции проводится с использованием конспекта литературы. При выполнении дополнительных заданий используется дополнительная литература и Интернет.

При подготовке к экзамену важна непрерывная подготовка в течение семестра, включающая в себя работу конспектом лекций и литературой.

Подготовка к лабораторной работе заключается в выполнении теоретических и практических заданий, для чего используется пакет символьных вычислений Maple.

## 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

### Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Контрольная работа № 1	Контролируются темы 1.1– 1.3, 2.1 – 2.3, 3.1 – 3.3	ОПК 1, 3, 4
2	Контрольная работа № 2	Контролируются темы 4.1– 4.3.	ОПК 1, 3, 4
3	Контрольная работа № 3	Контролируются темы 5.1-5.3, 6.1 -6.3	ОПК 1, 3, 4

### Демонстрационный вариант контрольной работы № 1

1. Доказать тождество для множеств  $X, Y, Z$

$$(X \setminus Y) \cap (X \Delta Z) = X \cap \bar{Y} \cap \bar{Z}.$$

2. Доказать, что биномиальный коэффициент  $\binom{n-r}{k-r}$  убывает по  $r$  при фиксированных  $n$  и  $k$ .

3. Для заданных отношений  $R_1 = \{(1,2), (2,4), (4,1), (1,1), (3,3)\}$  и  $R_2 = \{(1,1), (2,3), (3,2), (1,3), (4,4), (1,4), (3,3)\}$ , определенных на множестве  $X = \{1,2,3,4\}$ , найти композицию  $R = R_1 \circ R_2$ . Изобразить отношения  $R_1, R_2, R$  в виде оргграфов.

## Демонстрационный вариант контрольной работы № 2

1. По заданной матрице смежности  $A$  построить граф  $G$ . Найти цикломатическое число и матрицу инцидентности  $S$  графа  $G$ . Является ли данный граф эйлеровым?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Для графа  $C_4 \cup K_{3,3} \cup K_{15}$  найти числа Бетти размерности 0 и 1.

3. По заданной матрице смежности  $A$  графа  $G$  найти матрицу Кирхгофа. С помощью матричной теоремы о деревьях найти число остовов графа  $G$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Демонстрационный вариант контрольной работы № 3

1. Для чисел Фибоначчи  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  доказать тождество

$$F_1 + F_3 + \dots + F_{2n+1} = F_{2n+2}.$$

2. Доказать, что производящая функция для чисел Каталана  $C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$  имеет следующий вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n t^n = \frac{1 - \sqrt{1 - 4t}}{2t}.$$

3. Граф  $G$  задан множествами вершин  $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  и ребер  $E = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 7), (3, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 7), (6, 7)\}$ . Длины ребер равны  $d_{01} = 12, d_{02} = 4, d_{03} = 4, d_{04} = 11, d_{12} = 7, d_{14} = 2, d_{23} = 8, d_{27} = 6, d_{35} = 8, d_{46} = 8, d_{47} = 13, d_{57} = 1, d_{67} = 2$ . Используя алгоритм Дейкстры, найти кратчайшие пути между вершиной 0 и вершинами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

### Примерный перечень вопросов к зачету

1. Привести пример разбиения множества  $X = \{1, 2, 4, 7, 10, 11, 15\}$ .
2. Сформулировать основные свойства операций над множествами.
3. Сколько пятиэлементных подмножеств у множества  $X = \{1, 2, 5, 7, 10, 12, 15\}$ .
4. Свойства отношения строгого порядка.
5. На множестве  $\{a, b, c, d, e, f\}$  определен частичный порядок соотношением  $a < c, c < f, f < d, e < d$ . Верно ли, что  $a < d$ .
6. Является ли отображение  $f = \begin{pmatrix} 1234567 \\ 2233444 \end{pmatrix}$  с областью определения  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  и областью значений  $\{2, 3, 4\}$  сюръекцией.

7. Является ли отношение  $\{[a,b],[c,d],[d,e],[f,b]\}$  функцией на множестве  $\{a,b,c,d,e,f\}$ ?
8. Для заданной подстановки  $\sigma = \begin{pmatrix} 1234567 \\ 3415726 \end{pmatrix}$  найти обратную  $\sigma^{-1}$
9. Найти матрицу смежности простого графа  $G$ , если  $|V(G)| = 4$  и  $|E(G)| = 6$
10. Для полного графа  $K_7$  найти число независимых циклов

### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные понятия теории множеств. Подмножества. Методы описания множеств. Парадоксы теории множеств.
2. Диаграммы Эйлера – Венна. Операции над множествами. Доказательство тождеств.
3. Покрытия и разбиения множеств на блоки. Основные правила перечисления элементов множеств. Декартовы произведения множеств.
4. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Треугольник Паскаля. Тождества с биномиальными коэффициентами.
5. Числа Стирлинга второго рода и их свойства. Числа Белла.
6. Основные методы представления множеств в ЭВМ. Использование различных представлений множеств для выполнения операций над множествами в ЭВМ.
7. Описание кодов Грея, алгоритмы их генерация и применение.
8. Мультимножества. Их описание. Основные операции над мультимножествами. Мультиномиальные коэффициенты.
9. Бинарные отношения. Геометрическая интерпретация бинарных отношений с помощью графов.  $n$ -арные отношения.
10. Представление отношений в ЭВМ. Свойства отношений. Композиция отношений.
11. Отношения эквивалентности и их свойства. Примеры отношений эквивалентности. Отношения порядка и их свойства. Примеры отношений порядка.
12. Диаграммы Хассе. Матричное представление отношений.
13. Функции как частный случай отношений. Представление функций в ЭВМ. Инъекция, сюръекция и биекция.
14. Перестановки Представление перестановок циклами. Числа Стирлинга первого рода и их свойства.
15. Основные понятия теории графов. Конечные графы, орграфы, мультиграфы, псевдографы. Различные интерпретации графов.
16. Простейшие типы графов: цепи, циклы, полные графы и т. д. Двудольные графы.
17. Степени вершин. Простейшие теоремы теории графов.
18. Подграфы. Изоморфизм графов и подграфов.
19. Теорема о вложении псевдографа в  $\mathbf{R}^3$ . Операции над подграфами.
20. Матрицы смежности и инцидентности графов и орграфов. Их свойства.
21. Матрицы смежности ребер простых графов. Реберные (смежностные) графы и их свойства.
22. Маршруты, цепи, циклы. Диаметр, радиус и обхват графа. Пути в орграфах.
23. Компоненты графа, связность. Число Бетти размерности 0. Вершинная и реберная связность.
24. Цикломатическое число (число Бетти размерности 1) и его свойства.
25. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера существования эйлерова графа.
26. Гамильтоновы цепи и циклы. Понятие о NP-полных задачах. Задача коммивояжера.
27. Деревья. Матрица Кирхгофа и ее свойства. Матричная теорема о деревьях.
28. Подсчет числа помеченных деревьев. Теорема Кэли.
29. Задачи, приводящие к числам Фибоначчи. Числа Фибоначчи их производящая функция и свойства.
30. Задачи, приводящие к числам Каталана. Числа Каталана, их свойства и производящая функция.

31. Подсчет числа направленных маршрутов заданной длины между заданными вершинами орграфа.
32. Поиск в глубину (DFS) и поиск в ширину (BFS).
33. Задачи о кратчайших путях и их интерпретация на графах.
34. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайших путей между заданной вершинной графа и остальными вершинами.
35. Жадные алгоритмы и их свойства. Задача о кратчайшем остове (SST).
36. Алгоритмы Краскала и Прима решения задачи SST.
37. Планарность. Плоские графы. Формула Эйлера.
38. Следствия из формулы Эйлера.
39. Простые многогранники. Формула Эйлера для простых многогранников.
40. Критерии планарности. Теорема Понтрягина – Куратовского. Теорема Вагнера.
41. Вершинная и реберная раскраска графа. Хроматический многочлен и его свойства.
42. Хроматическое число и хроматический индекс.
43. Раскраска планарных графов. Теорема о четырех красках.
44. Теорема Хивуда о пяти красках.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Дискретная математика»

### а) основная литература:

1. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс]: учебное пособие / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. — СПб.: Лань, 2010. — 363 с.  
ЭБС Лань [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536)
2. Бондаренко Л. Н. Дискретная математика. Методические указания для выполнения лабораторных работ. – Пенза: Изд-во Пензенского государственного университета, 2007. – 98 с (10 экз.)  
[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=7867](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=7867)
3. Гаврилов Г. П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учеб. пособие. – М.: Физматлит, 2005. – 416 с. (20 экз.)  
[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=4662](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=4662)
4. Копылов В. И. Курс дискретной математики: учебное пособие. — СПб. : Лань, 2011. — 207 с.  
ЭБС Лань [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1798](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1798)
5. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — СПб. : Лань, 2009. — 396 с.  
ЭБС Лань [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)
6. Мальцев И.А. Дискретная математика. — СПб. : Лань, 2011. — 304 с.  
ЭБС Лань [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=638](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=638)
7. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов. – 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. — 384 с. (40 экз.)  
[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=9647](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=9647)

**б) дополнительная литература:**

8. Соболева Т.С., Чечкин А.В. Дискретная математика. — М.: Академия, 2014. — 256 с. ЭБС Academia, 2014. — 256 с.

<http://www.academia-moscow.ru/catalogue/4831/106190/>

9. Шевелев Ю.П. Дискретная математика. — СПб. : Лань, 2008. — 592 с.

ЭБС Лань

[https://e.lanbook.com/book/71772#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/71772#book_name)

10. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику: учебное пособие. — - 5-е изд., стереотип. — М.: Высш. шк., 2008. — 384 с. (150 экз.)

[http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=9376)

[bin/irbis64r\\_91/cgiirbis\\_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL\\_PRINT&S21FMT=fullw\\_print&C21COM=F&Z21MFN=9376](http://kleopatra.pnzgu.ru/cgi-bin/irbis64r_91/cgiirbis_64.exe?P21DBN=KATL&I21DBN=KATL_PRINT&S21FMT=fullw_print&C21COM=F&Z21MFN=9376)

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

В Интернете имеется огромное число ресурсов по дисциплине «Дискретная математика». Выделим электронный справочник

<http://oeis.org/> – Sloane N. J. A. The on-line encyclopedia of integer sequences,

содержащий более четверти миллиона статей по последовательностям, используемым в комбинаторике и теории графов, а также форум по Maple [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru).

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Студенты используют рабочие места в компьютерном классе, а также имеющиеся в библиотеке учебники. При изучении курса «Дискретная математика» рекомендуется использовать методические указания для выполнения лабораторных работ (автор Бондаренко Л. Н.).

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика".

Программу составил: Горюнов Ю.Ю., доцент кафедры КТ



**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры «Компьютерные технологии»

Протокол № 8<sup>а</sup> от «16» апреля 2015 года

Зав. кафедрой «Компьютерные технологии» \_\_\_\_\_ В. И. Горбаченко



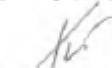
Программа одобрена методической комиссией факультета вычислительной техники

Протокол № 5<sup>а</sup> от «17» апреля 2015 года

Председатель методической комиссии  
Факультета вычислительной техники

 \_\_\_\_\_ И.И. Кайнов  
(подпись) (Ф.И.О.)

**Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2015/2016	Переутвердить БФ применения №1 от 31.08.2015 				
2016/2017	Переутвердить БФ применения №1 от 30.08.2016 