

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВТ

  
(Подпись)  Фионова Л.Р.  
(Фамилия, инициалы)  
« 3 » 10 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

С1.1.23 Математическая статистика

Специальность **01.05.01 Фундаментальные математика и механика**

Специализация **Вычислительная математика и вычислительная механика**

Квалификация (степень) выпускника – **Математик. Механик. Преподаватель**

Форма обучения **очная**

Пенза, 2016

## 1. Цели освоения дисциплины «Математическая статистика»

Целями освоения учебной дисциплины «Математическая статистика» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области функционального анализа, овладение современным аппаратом функционального анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП специалитета

Дисциплина «Математическая статистика» в учебном плане находится в базовой части цикла С1 и является одной из дисциплин, формирующих профессиональные знания и навыки, характерные для специалиста по специальности 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика» (специализация «Вычислительная математика и вычислительная механика»).

### Изучение данной дисциплины базируется на знании следующих дисциплин:

- теория вероятностей, случайные процессы;

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- базы данных и защита информации, спецсеминар

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математическая статистика»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Коды компетенции	Наименование компетенции	Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)
1	2	3
ОПК-2	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Знать: методы решения стандартных задач математической статистики, основные понятия, определения и свойства объектов математической статистики, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
		Уметь: решать стандартные задачи и доказывать теоретические утверждения математической статистики
		Владеть: аппаратом математической статистики, методами решения задач и доказательства утверждений, навыками применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
ПК-5	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	Знать: основные понятия, определения и свойства объектов математической статистики, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, их связи, возможные сферы их приложения с учетом специфики предметной области
		Уметь: объяснять утверждения математической статисти-

		стики, разъяснять ход решения задач математической статистики
		Владеть: навыками изложения основных положений математической статистики, применения ее аппарата

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Математическая статистика»

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)			
				Аудиторная работа			Самостоятельная работа			Коллоквиум	Проверка контролн. работ		
				Всего	Лекция	Практические занятия	Всего	Подготовка к Ауд. занятиям	Подготовка к экзамену				
1.	Вариационные ряды и их основные характеристики: средние характеристики и показатели вариации	5	1-2	8	4	4		5					
2.	Математическая теория выборочного метода	5	3-4	8	4	4		5			3	3	
3.	Проверка статистических гипотез: алгоритмы для больших и малых выборок	5	5-6	8	4	4		6					
4.	Дисперсионный анализ: однофакторные и многофакторные модели	5	7-9	12	6	6		6			7	7	
5.	Корреляционный анализ: корреляционные модели и интервальная оценка их параметров	5	10-13	16	8	8		6			10	10	
6.	Регрессионный анализ: моделирование и доверительные интервалы параметров	5	14-15	8	4	4		6			15	15	
7.	Анализ временных рядов: стационарные временные ряды и их моделирование.	5	16-18	12	6	6		6					
	Подготовка к экзамену									36			
	Общая трудоемкость, в часах			<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>76</b>	<b>40</b>		<b>36</b>		
										Промежуточная аттестация			

		Форма	Семестр
		Экзамен	5

## 4.2. Содержание дисциплины

- 1) Вариационные ряды.
  - a. Графическое изображение;
  - b. Средние величины и показатели вариации;
  - c. Начальные и центральные моменты вариационного ряда.
- 2) Выборочный метод.
  - a. Концепция выборочного метода.
  - b. Оценка параметров генеральной совокупности;
  - c. Методы нахождения оценок;
  - d. Доверительное оценивание.
- 3) Проверка статистических гипотез.
  - a. Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки;
  - b. Уровень значимости и мощность критерия. Теорема Неймана.
  - c. Основные виды проверяемых гипотез.
- 4) Дисперсионный анализ.
  - a. Однофакторный дисперсионный анализ;
  - b. Многофакторный дисперсионный анализ.
- 5). Корреляционный анализ.
  - a. Линейная парная регрессия;
  - b. Коэффициент корреляции;
  - c. Двумерная модель корреляционного анализа;
  - d. Многомерная модель корреляционного анализа.
- 6). Регрессионный анализ.
  - a. Парная линейная регрессионная модель;
  - b. Нелинейная регрессия;
  - c. Корреляционная матрица и ее выборочная оценка.
- 7). Анализ временных рядов.
  - a. Стационарные временные ряды;
  - b. Автокорреляционная функция;
  - c. Аналитическое выравнивание временного ряда.

## 5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В семестре проводятся контрольные работы и коллоквиумы (или письменные тесты).

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

#### **Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий. В течение каждого семестра студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. В каждом семестре предусмотрены коллоквиумы и контрольные работы.

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2, бсем	Вариационные ряды и их основные характеристики: средние характеристики и показатели вариации	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с	<b>5</b>
3-4, бсем	Математическая теория выборочного метода	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с	<b>5</b>
5-6, бсем	Проверка статистических гипотез: алгоритмы для больших и малых выборок	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с	<b>6</b>
7-9, бсем	Дисперсионный анализ: однофакторные и многофакторные модели	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с	<b>6</b>
10-13, бсем	Корреляционный анализ: корреляционные модели и интервальная оценка их параметров	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с	<b>6</b>
14-15, бсем	Регрессионный анализ: моделирование и доверительные интервалы па-	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург :	<b>6</b>

	раметров		литературу	Лань, 2010. — 704 с	
16-18, бсем	Анализ временных рядов: стационарные временные ряды и их моделирование.	<i>Подготовка к аудиторным занятиям</i>	Закрепить знания по пройденной теме, изучив дополнительную литературу	Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с	<b>6</b>
6 сем.		<i>Подготовка к экзамену</i>			<b>36</b>

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студенты получают от преподавателя задание на повторение пройденного материала и самостоятельное изучение дополнительного материала по изучаемым темам лекционного курса. Преподаватель предлагает студентам литературу для самостоятельного изучения, а также выдает дополнительные практические задания (списки задач из учебников и сборников задач согласно списку основной и дополнительной литературы по изучаемой дисциплине).

## 6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

### *Контроль освоения компетенций*

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	контрольная работа, коллоквиум	Вариационные ряды и их основные характеристики: средние характеристики и показатели вариации	ОПК-2, ПК-5
2	контрольная работа, коллоквиум	Математическая теория выборочного метода	ОПК-2, ПК-5
3	контрольная работа, коллоквиум	Проверка статистических гипотез: алгоритмы для больших и малых выборок	ОПК-2, ПК-5
4	контрольная работа, коллоквиум	Дисперсионный анализ: однофакторные и многофакторные модели	ОПК-2, ПК-5
5	контрольная работа, коллоквиум	Корреляционный анализ: корреляционные модели и интервальная оценка их параметров	ОПК-2, ПК-5
6	контрольная работа, коллоквиум	Регрессионный анализ: моделирование и доверительные интервалы параметров	ОПК-2, ПК-5
7	контрольная работа, коллоквиум	Анализ временных рядов: стационарные временные ряды и их моделирование.	ОПК-2, ПК-5



**Список вопросов к экзамену:**

1. Вариационный ряд выборки. Выборочные характеристики.
2. Выборочные характеристики.
3. Асимптотическое поведение выборочных моментов.
4. Порядковые статистики.
5. Статистические оценки и общие требования к ним.
6. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией.
7. Неравенство Рао -- Крамера. Критерии оптимальности оценок.
8. Принцип достаточности. Оценки максимального правдоподобия.
9. Метод моментов. Интервальное оценивание.
10. Стат. гипотезы и критерии. Проверка гипотезы о виде распределения.
11. Симметрические критерии.
12. Гипотеза однородности. Гипотеза независимости.
13. Гипотеза случайности.
14. Параметрические гипотезы. Выбор из двух простых гипотез.
15. Критерий Неймана -- Пирсона.
16. Выбор из двух простых гипотез. Последовательный анализ.
17. Сложные гипотезы.
18. Критерий отношения правдоподобия.
19. Модель линейной регрессии. Интервальное оценивание. Метод наименьших квадратов.

**Демонстрационные варианты контрольных работ:**

**Контрольная работа №1.**

1. Станок-автомат штампует валики. По выборке объема  $n = 100$  вычислена выборочная средняя диаметров изготовленных валиков. Найти с надежностью 0,95 точность  $\delta$ , с которой выборочная средняя оценивает математическое ожидание диаметров изготавливаемых валиков, зная, что их среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 2$  мм.
  
2. По данным выборки объема  $n = 16$  из генеральной совокупности найдено исправленное среднее квадратическое отклонение  $s = 1$  нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью 0,95.
  
3. Найти методом сумм асимметрию и эксцесс по заданному распределению выборки объема  $n = 100$ :
  - а)  $x_i$  10,2 10,4 10,6 10,8 11,0 11,2 11,4 11,6 11,8 12,0;  
     $n_i$  2    3    8    13   25   20   12   10    6    1
  
  - б)  $x_i$      12     14     16     18     20     22  
     $n_i$      5     15     50     16     10     4

**Контрольная работа №2**

1. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 9$  и  $n_2 = 16$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $s_x^2 = 34,02$  и  $s_y^2 = 12,15$ . При уровне значимости  $0,01$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X) = D(Y)$  о равенстве исправленных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $D(X) > D(Y)$ .

2. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=17$  и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия  $s^2 = 0,24$ . Требуется, при уровне значимости  $0,05$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0,18$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1: \sigma^2 > 0,18$ .

3. По двум независимым выборкам, объем которых  $n = 40$  и  $m = 50$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей найдены выборочные средние  $\bar{x}=130$  и  $\bar{y}=140$ . Генеральные дисперсии известны:  $D(X)=80$ ,  $D(Y)=100$ . Требуется, при уровне значимости  $0,01$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$ , при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ .

### Контрольная работа №3.

1. Почему при проверке с помощью критерия Пирсона гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности число степеней свободы находят по формуле  $k = s - 3$ ?

2. Четыре фасовочных автомата настроены на отвешивание одного и того же веса. На каждом автомате отвесили по 10 проб, а затем эти же пробы взвесили на точных весах и нашли по полученным отклонениям исправленные дисперсии:  $0,012$ ;  $0,021$ ;  $0,025$ ;  $0,032$ . Можно ли, при уровне значимости  $0,05$ , считать, что автоматы обеспечивают одинаковую точность взвешивания? Предполагается, что отклонения зарегистрированного веса от требуемого распределены нормально.

3. Доказать, что наблюдаемое значение критерия Кочрена не изменится, если все исправленные дисперсии умножить на одно и то же постоянное число.

### Контрольная работа №4.

1. Отдел технического контроля проверил  $n = 200$  партий одинаковых изделий и получил следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано количество  $x_i$  нестандартных изделий в одной партии; во второй строке — частота  $n_i$ , т. е. количество партий, содержащих  $x_i$  нестандартных изделий):

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	116	56	22	4	2

Требуется, при уровне значимости  $0,05$ , проверить гипотезу о том, что число нестандартных изделий  $X$  распределено по закону Пуассона.

2. В результате эксперимента, состоящего из  $n = 1000$  испытаний, в каждом из которых регистрировалось число  $x_i$  появлений некоторого события, получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано, количество  $x_i$  появлений события; во второй строке — частота  $n_i$ , т. е. число испытаний, в которых наблюдались  $x_i$  появлений события):

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	505	336	125	24	8	2

Требуется, при уровне значимости 0,05, проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  — число появлений события — распределена по закону Пуассона. 1

3. Произведено по 4 испытания на каждом из пяти уровней фактора  $F$ . Методом дисперсионного анализа, при уровне значимости 0,05, проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних  $\bar{x}_{грj}$ . Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в табл.

Номер испытания	Уровни фактора			
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
$i$				
1	36	56	52	39
2	47	61	57	57
3	50	64	59	63
4	58	66	58	61
5	67	66	79	65
$\bar{x}_{грj}$	51,6	62,6	61,0	57,0

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математическая статистика»

### основная литература:

1. Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 704 с.  
[https://e.lanbook.com/book/3810?category\\_pk=913&publisher\\_fk=905#authors](https://e.lanbook.com/book/3810?category_pk=913&publisher_fk=905#authors)
2. Пугачев, В.С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2002. — 496 с.  
[https://e.lanbook.com/book/48170?publisher=905#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/48170?publisher=905#book_name)
3. Гусева, Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2016. — 220 с.  
[https://e.lanbook.com/book/86008?publisher=905#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/86008?publisher=905#book_name)

### дополнительная литература:

1. Балдин, К.В. Основы теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учеб. / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2016. — 489 с.  
[https://e.lanbook.com/book/84347?publisher=905#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/84347?publisher=905#book_name)
2. Горлач, Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 320 с.  
<https://e.lanbook.com/book/4864?publisher=905#authors>

### **интернет-ресурсы:**

<https://e.lanbook.com> ЭБС «Лань»

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Математическая статистика»**

При освоении дисциплины необходимы учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий.

### **9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучающиеся, из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на компьютере, в формате тестирования и т.д.) и позволяют оценить достижения ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровня сформированности всех заявленных компетенций. На экзамен приглашается сопровождающий, который обеспечивает техническое сопровождение студенту. При необходимости студенту-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете и экзамене.

Рабочая программа дисциплины С1.1.23 «Математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика».

Программу составили:

1. \_\_\_\_\_ Куприянова С.Н., доцент каф. МСМ \_\_\_\_\_  
(Ф.И.О., должность, подпись)
2. \_\_\_\_\_  
(Ф.И.О., должность, подпись)

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

Программа одобрена на заседании кафедры МСМ

Протокол № 3

от « 30 » сентября 2016 года

Зав. кафедрой МСМ

\_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Г.  
(подпись, Ф.И.О.)

Программа одобрена методической комиссией факультета ВТ

Протокол № 2  
года

от « 3 » 10 2016

Председатель методической комиссии  
факультета ВТ

\_\_\_\_\_ Глотова Т.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

**Сведения о пересмотрении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав. кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			замененных	новых	аннулированных
2014-2015/17	№ 104 4.09.14.	И.А. Сергеев	—	—	—